

4

ELEKTRICKÝ POHON S ASYNCHRONNÍM MOTOREM

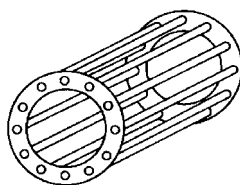
Asynchronní motory (ASM), zvláště pak s kotvou nakrátko, jsou již řadu let nejrozšířenějšími elektromotory na naší planetě. Stalo se tak díky jejich konstrukční jednoduchosti, nízké ceně, vysoké spolehlivosti a účinnosti. Až do 70.let se však používaly výhradně pro pohony s konstantní otáčivou rychlostí (pracovaly na síti 50 Hz) v aplikacích jako jsou míchačky, cirkulárky, ventilátory, čerpadla, kompresory, apod.

Největší nevýhodou v oblasti regulovaných pohonů velmi populárních DC motorů jsou mechanický komutátor a sběrné kartáče. Ani jeden z těchto komponentů se u ASM s kotvou nakrátko nevyskytuje. Výkonově ekvivalentní ASM lze tedy napájet vyšším napětím a roztáčet na vyšší otáčky než DC motor.

Z ekonomického a provozního hlediska jsou obrovskou výhodou ASM jeho mizivé náklady na údržbu. DC motor musí být pravidelně kontrolován (výměna opotřebovaných kartáčů, broušení komutátoru), kdežto o ASM se kromě občasného mazání ložisek téměř nemusíme starat.

4.1 Princip činnosti a základní vlastnosti

Asynchronní motor je vzhledem ke své konstrukční jednoduchosti nejpoužívanějším elektromotorem. Stator je složen z plechů, v jehož drážkách je uloženo vinutí, pomocí kterého se při napájení střídavým napětím vytváří ve vzduchové mezeře točivé magnetické pole. Rotor bývá konstruován dvojím způsobem. U jedné konstrukční alternativy je ve svazku plechů uloženo třífázové vinutí, obdobné statorovému, jehož vývody jsou vyvedeny na sběrné kroužky, po nichž se smýkají sběrné kartáče. Tento typ stroje se nazývá asynchronní motor s kroužkovou (vinutou, fázovou) kotvou. Mnohem častěji bývá rotor zhotoven v podobě tzv. kotvy nakrátko. Vinutí rotoru (kotvy) je provedeno z hliníkových nebo měděných tyčí, které jsou uloženy v rotorových drážkách. Na obou stranách jsou tyče spojeny tzv. kruhy nakrátko. Kdybychom toto vinutí vyjmuli bez poškození rotoru, viděli bychom, že tvoří klec (obr.4-1). Proto se někdy rotory s kotvou nakrátko nazývají klecové. Pokud jde o provozní jistotu, patří ASM s kotvou nakrátko vzhledem ke své jednoduchosti a robustnosti k nejspolehlivějším strojům vůbec. V současnosti se vyrábějí ASM s vylepšenou izolací vinutí, jenž jsou vhodné pro napájení z frekvenčních měničů. Díky používání velmi rychlých spínacích prvků (např. IGBT nebo MOSFET tranzistory) v měničích je totiž izolace mnohem více namáhána.



Obr.4-1: Klec nakrátko

Princip ASM je založen na vzájemném elektromagnetickém působení točivého magnetického pole statoru a proudů vznikajících ve vinutí rotoru díky indukci způsobené tímto polem. Točivé magnetické pole se vytváří střídavým napájením statorových vinutí. Napětí, a potažmo i proud v rotoru se bude indukovat pouze při rychlosti rotoru odlišné od synchronní rychlosti točivého pole - tedy při rychlosti asynchronní. Pokud by se rotor točil synchronně s točivým polem, neindukoval by se v něm žádný proud a motor by nevytvářel žádný moment.

Synchronní rychlost n_s točivého magnetického pole ve vzduchové mezeře je určena počtem pólů statoru p_p a kmitočtem proudu f_s , který prochází statorovým vinutím, dle vztahu

$$n_s = \frac{60f_s}{p_p} \quad [4.1-1]$$

Rychlost rotoru n je menší než rychlost synchronní, a sice vždy o tolik, aby se v něm naindukovalo takový proud, jenž společně s točivým magnetickým polem vyprodukuje moment dostatečný pro pohánění zátěže a pro pokrytí mechanických a elektrických ztrát. Rozdíl rychlosti točivého pole a rotoru vyjadřujeme poměrnou nebo procentní hodnotou, tzv. skluzem s .

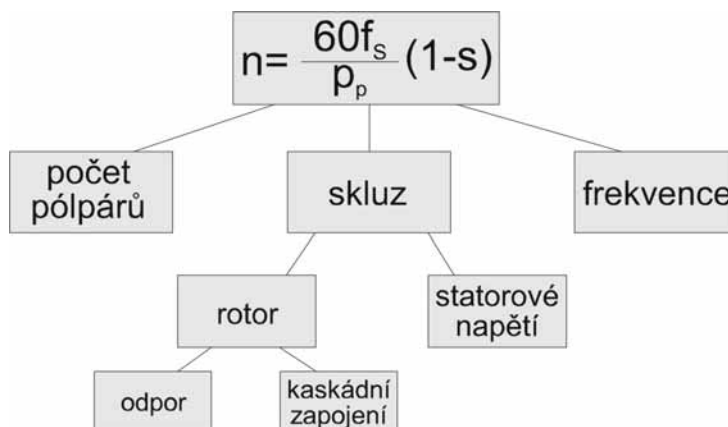
$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100, \quad [4.1-2]$$

kde n_s značí synchronní rychlost a n rychlost rotoru (tzv. mechanická rychlost).

Pro rychlost rotoru tedy platí vztah

$$n = n_s(1 - s) = \frac{60f_s}{p_p}(1 - s), \quad [4.1-3]$$

z něhož vyplývá, že lze otáčivou rychlost motoru ovlivňovat pouze třemi způsoby: změnou počtu pólů, změnou skluzu nebo změnou napájecího kmitočtu (obr.4-2). První dva způsoby řízení se uplatňují zejména ve starších a v pohonařsky nenáročných aplikacích, jenž nevyžadují plynulou změnu otáček. Asi od sedmdesátých let se však rychlost otáčení ASM řídí převážně změnou napájecí frekvence.



Obr.4-2: Různé způsoby regulace otáček ASM

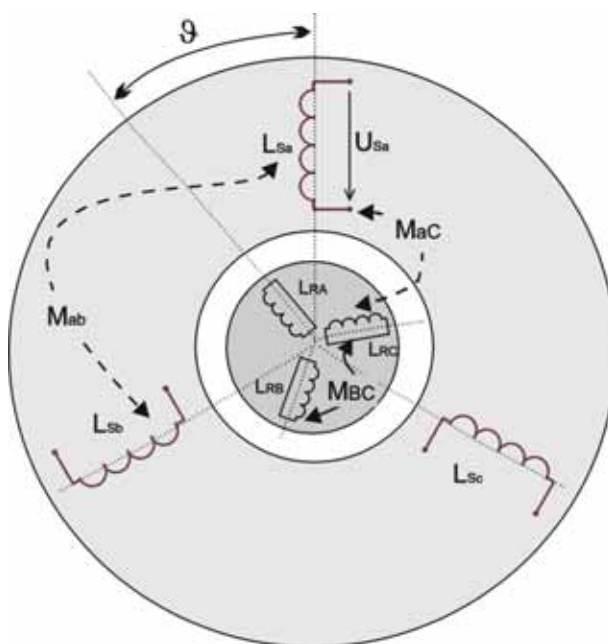
Nové řady ASM určených pro elektrické pohony mají tyto hlavní znaky:

- zvýšená napěťová a mechanická odolnost proti pulsnímu namáhání
- tichý chod
- vysoká teplotní odolnost třídy H nebo F
- zvýšená účinnost
- jednoduchá montáž snímačů otáček
- malá spotřeba maziva v ložiskách

4.2 Náhradní schéma

Hledáme-li náhradní schéma (matematický model) ASM, řešíme vlastně úlohu nalézt takovou kombinaci pasivních prvků - odporů, indukčností, popř. kapacit, která by se chovala stejně jako uvažovaný stroj. Dokážeme-li, že rovnice popisující uvažovaný stroj platí také pro náhradní obvod, můžeme při vyšetřování funkce a vlastností stroje studovat tento obvod, místo abychom řešili původní soustavu rovnic. Je jistě zřejmé, že nalezením náhradního schématu jsme zadanou úlohu nijak nezjednodušili - dosáhli jsme pouze názornější interpretace rovnic. Kromě toho můžeme nalezené schéma vhodně zjednodušit vynecháním některých prvků, spokojíme-li se s menší přesností dalších výpočtů. Rozbor takto zjednodušených náhradních obvodů je potom obvykle velmi snadný a přitom dosažené kvantitativní výsledky mnohdy pro naši potřebu plně vyhoví.

Uvažujme prozatím alternativu ASM s vinutou kotvou a jedním pólpárem. Trojfázové statorové i rotorové vinutí je po celém obvodu rozloženo souměrně tak, aby jednotlivé fáze, reprezentované na obr.4-3 indukčnostmi (L_{Sabc} - stator, L_{RABC} - rotor), byly navzájem posunuty o úhel $\alpha=2\pi/3$.



Obr.4-3: Zjednodušené schéma asynchronního motoru s naznačením vzájemných indukčností

Každé ze šesti vinutí má určitou vlastní indukčnost a kromě toho vzájemnou indukčnost se zbývajících pěti fázemi statorového a rotorového vinutí. Situace se ještě navíc komplikuje tím, že vzájemné indukčnosti některých vinutí jsou funkcí relativní polohy (úhel ϑ) primárního a sekundárního vinutí stroje - nezapomínejme, že rotor se proti statoru pohybuje, mění se proto i velikost magnetického záběru statorového a rotorového vinutí.

4.2.1 Základní rovnice

Při odvozování základních rovnic pro matematický model ASM budeme vycházet z těchto předpokladů:

- motor je napájen třífázovou symetrickou sinusovou elektrickou soustavou
- vinutí jednotlivých fází je pravidelně rozloženo po obvodu statoru (resp. rotoru)
- hodnoty odporů a indukčností jednotlivých fází statoru (resp. rotoru) jsou shodné
- magnetizační charakteristiky jsou lineární
- ztráty v železe jsou zanedbatelné

Indukčnosti ASM

Při určování vlastních a vzájemných indukčností ASM budeme vycházet z obr.4-3. Statorové i rotorové vinutí předpokládáme trojfázové. Jednotlivé fáze statoru jsou označeny písmeny a, b, c a fáze rotoru písmeny A, B, C . Vlastní indukčnost statorové fáze a má označení L_{Sa} a skládá se z tzv. rozptylové $L_{\sigma Sa}$ a magnetizační indukčnosti L_{mSa} .

$$L_{Sa} = L_{\sigma Sa} + L_{mSa} \quad [4.2-1]$$

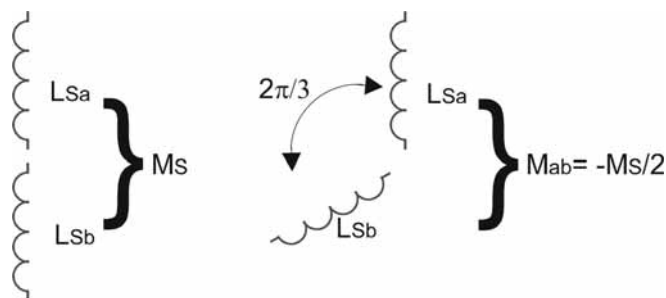
Díky souměrnosti statorového a rotorového vinutí platí, že

$$\begin{aligned} L_{Sa} &= L_{Sb} = L_{Sc} = L_{\sigma S} + L_{mS} \\ L_{RA} &= L_{RB} = L_{RC} = L_{\sigma R} + L_{mR}. \end{aligned} \quad [4.2-2]$$

Vzájemné indukčnosti mezi vinutími statoru (resp. rotoru) jsou záporné, neboť osy těchto vinutí svírají úhel $\alpha = 2\pi/3$ ($\cos 2\pi/3 = -1/2$).

$$\begin{aligned} M_{ab} &= M_{bc} = M_{ca} = M_S \cos \alpha = -\frac{M_S}{2} \\ M_{AB} &= M_{BC} = M_{CA} = M_R \cos \alpha = -\frac{M_R}{2}, \end{aligned} \quad [4.2-3]$$

M_S (resp. M_R) je vzájemná indukčnost mezi vinutími statoru (resp. rotoru) v případě, že by tyto vinutí ležely ve stejné ose (obr.4-4).



Obr.4-4: Vzájemná indukčnost statorového vinutí

Na obr.4-3 je vidět, že vzájemná poloha dvou fází statoru (a) a rotoru (A) je dána časově proměnným úhlem ϑ . Pro vzájemné indukčnosti mezi statorovou a rotorovou fází tedy při sinusově rozloženém vinutí platí

$$\begin{aligned} M_{aA} &= M_{Aa} = M_{bB} = M_{Bb} = M_{cC} = M_{Cc} = M \cos \vartheta \\ M_{aB} &= M_{Ba} = M_{bC} = M_{Cb} = M_{cA} = M_{Ac} = M \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ M_{aC} &= M_{Ca} = M_{bA} = M_{Ab} = M_{cB} = M_{Bc} = M \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad [4.2-4]$$

kde M je maximální vzájemná indukčnost mezi vinutím statoru a rotoru, tedy v okamžiku, kdy leží ve stejné ose.

Rovnice ASM v trojfázovém systému

Pro jednotlivá vinutí ASM (statorové a, b, c a rotorové A, B, C) můžeme napsat základní napěťovou rovnici

$$u_j = R_j i_j + \frac{d\Psi_j}{dt} \quad (j = a, b, c, A, B, C), \quad [4.2-5]$$

pro stator tedy

$$u_{S_{abc}} = R_S i_{S_{abc}} + \frac{d\Psi_{S_{abc}}}{dt}$$

a pro rotor

$$u_{R_{ABC}} = R_R i_{R_{ABC}} + \frac{d\Psi_{R_{ABC}}}{dt}, \quad [4.2-6]$$

kde R_S (resp. R_R) je odpor statorového (resp. rotorového) vinutí jedné fáze.

Celkový spřažený magnetický tok jedné fáze statorového Ψ_S i rotorového Ψ_R vinutí je závislý na proudech procházejících vinutími motoru a skládá se ze dvou složek. Například pro magnetický tok spřažený se statorovou fází a platí

$$\Psi_{S_a} = \Psi_{SS_a} + \Psi_{SR_a} \quad [4.2-7]$$

kde Ψ_{SS_a} je složka vytvářená působením statorových a složka Ψ_{SR_a} působením rotorových proudů podle vztahů

$$\begin{aligned} \Psi_{SS_a} &= L_{S_a} i_{S_a} + M_{ab} i_{S_b} + M_{ac} i_{S_c} \\ \Psi_{SR_a} &= M_{aA} i_{RA} + M_{aB} i_{RB} + M_{aC} i_{RC} \end{aligned} \quad [4.2-8]$$

Celkový magnetický tok spřažený s libovolným vinutím, např. se statorovým vinutím a , v trojfázové soustavě se tedy rovná

$$\Psi_{S_a} = L_{S_a} i_{S_a} + M_{ab} i_{S_b} + M_{ac} i_{S_c} + M_{aA} i_{RA} + M_{aB} i_{RB} + M_{aC} i_{RC} \quad [4.2-9]$$

Nezapomínejme, že indukčnosti L_{S_a} , M_{ab} , M_{ac} jsou konstanty, zatímco hodnoty indukčností M_{aA} , M_{aB} , M_{aC} jsou závislé na aktuálním natočení rotoru vzhledem ke statoru. Pro zbylých pět fází motoru je struktura rovnic pro spřažené magnetické toky stejná.

Pro magnetický tok Ψ_{S_a} lze s použitím rovnic [4.2-3] a [4.2-4] psát, že

$$\Psi_{S_a} = L_{S_a} i_{S_a} - \frac{M_S}{2} i_{S_b} - \frac{M_S}{2} i_{S_c} + M \cos \vartheta i_{RA} + M \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) i_{RB} + M \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) i_{RC}. \quad [4.2-10]$$

Následuje zápis rovnic pro spřažené magnetické toky v maticovém tvaru

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Psi_{S_a} \\ \Psi_{S_b} \\ \Psi_{S_c} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_{S_a} & -\frac{M_S}{2} & -\frac{M_S}{2} \\ -\frac{M_S}{2} & L_{S_b} & -\frac{M_S}{2} \\ -\frac{M_S}{2} & -\frac{M_S}{2} & L_{S_c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{S_a} \\ i_{S_b} \\ i_{S_c} \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \vartheta & \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \vartheta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{RA} \\ i_{RB} \\ i_{RC} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Psi_{RA} \\ \Psi_{RB} \\ \Psi_{RC} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_{RA} & -\frac{M_R}{2} & -\frac{M_R}{2} \\ -\frac{M_R}{2} & L_{RB} & -\frac{M_R}{2} \\ -\frac{M_R}{2} & -\frac{M_R}{2} & L_{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{RA} \\ i_{RB} \\ i_{RC} \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \vartheta & \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \vartheta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{S_a} \\ i_{S_b} \\ i_{S_c} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [4.2-11]$$

Dále předpokládejme, že

$$i_{Sa} + i_{Sb} + i_{Sc} = 0 \quad \text{a} \quad i_{RA} + i_{RB} + i_{RC} = 0, \quad [4.2-12]$$

tedy

$$i_{Sb} + i_{Sc} = -i_{Sa} \quad \text{a} \quad i_{RB} + i_{RC} = -i_{RA}, \quad [4.2-13]$$

Pro základní polohu rotoru ($\vartheta=0$) potom platí

$$\Psi_{Sa}(\vartheta=0) = \left(L_{Sa} + \frac{M_S}{2} \right) i_{Sa} + \frac{3}{2} M i_{RA}. \quad [4.2-14]$$

Můžeme zavést výpočtový parametr $L_S = L_{Sa} + \frac{M_S}{2}$, který v sobě zahrnuje nejen vlastní indukčnost L_{Sa} , ale i vzájemné indukčnosti druhých dvou fází. Předpokladem je ovšem symetrické 3-fázové vinutí a platnost rovnice [4.2-12]. Člen $\frac{3}{2} M$ lze definovat jako

ekvivalentní magnetizační indukčnost $L_m = \frac{3}{2} M$. Tato hodnota představuje maximální magnetickou vazbu 3-fázového elektrického stroje mezi fázemi statoru a rotoru při $\vartheta=0$. Okamžitá hodnota magnetické indukčnosti je ale funkcí úhlu ϑ ($L_m e^{j\vartheta}$).

Statorové a rotorové vinutí mají obvykle různý počet závitů (N_S, N_R), někdy i různý krok vinutí (k_{VS}, k_{VR}). Proto je vhodné, podobně jako u transformátoru, přepočítat veličiny rotorového obvodu ASM na statorový pomocí převodního poměru $k_p = \frac{k_{VS} \cdot N_S}{k_{VR} \cdot N_R}$. Zajistíme

tak rovnost výsledných hodnot magnetomotorických napětí od statoru i rotoru ve vzduchové mezeře motoru.

$$u'_R = k_p u_R$$

$$i'_R = \frac{1}{k_p} i_R$$

$$R'_R = k_p^2 R_R$$

$$L'_R = k_p^2 L_R \quad [4.2-15]$$

V dalším textu již budeme automaticky předpokládat, že jsou všechny rotorové veličiny přepočtené na stator, a tudíž je nebudeme označovat čárkou.

Rovnice pro ASM v komplexním tvaru, zavedení prostorového vektoru

Je zřejmé, že magnetické vazby mezi šesti fázemi ASM jeho analýzu velice znesnadňují. Velmi užitečným a praktickým se jeví zápis rovnic v tzv. komplexním tvaru. Předpokládají se ale všechny signály v sinusovém tvaru.

Je vhodné úvodem uvést Eulerovy vztahy:

$$\cos \alpha + j \sin \alpha = e^{j\alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2j} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) \quad [4.2-17]$$

a zavést jednotkový vektor $\bar{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, pro nějž platí, že

$$\bar{a}^2 = \bar{a}^{-1} = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{j\frac{-2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad [4.2-18]$$

Prostorový vektor proudu nyní mohou definovat jako

$$\bar{i}_S = K(i_{Sa} + \bar{a}i_{Sb} + \bar{a}^2i_{Sc}), \quad [4.2-19]$$

kde K je volitelná konstanta.

Přičemž

$$\begin{aligned} i_{Sa} &= I_{S\max} \cos \omega_S t = \frac{1}{2} I_{S\max} (e^{j\omega_S t} + e^{-j\omega_S t}) \\ i_{Sb} &= I_{S\max} \cos\left(\omega_S t - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} I_{S\max} (e^{j\omega_S t} \bar{a}^2 + e^{-j\omega_S t} \bar{a}) \\ i_{Sc} &= I_{S\max} \cos\left(\omega_S t + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} I_{S\max} (e^{j\omega_S t} \bar{a} + e^{-j\omega_S t} \bar{a}^2), \end{aligned} \quad [4.2-20]$$

kde $I_{S\max}$ je amplituda (maximální hodnota) statorového proudu, $\omega_S = 2\pi f_S$ je úhlová rychlost točivého magnetického pole statoru a f_S frekvence proudu ve statorovém vinutí.

Pokud víme, že platí $\bar{a} \cdot \bar{a}^2 = 1$, $\bar{a} \cdot \bar{a} = \bar{a}^2$, $\bar{a}^2 \cdot \bar{a}^2 = \bar{a}$, $1 + \bar{a} + \bar{a}^2 = 0$, lze prostorový vektor proudu upravit na tvar

$$\bar{i}_S = \frac{3}{2} K \cdot I_{S\max} \cdot e^{j\omega_S t}. \quad [4.2-21]$$

Konstanta K se v regulovaných elektrických pohonech nejčastěji volí $K=2/3$. Absolutní hodnota prostorového vektoru je potom rovna amplitudě skutečného proudu.

Napěťové rovnice ASM v obecném komplexním tvaru jsou

$$\begin{aligned} \bar{u}_S &= R_S \bar{i}_S + \frac{d\bar{\Psi}_S}{dt}, \\ \bar{u}_R &= R_R \bar{i}_R + \frac{d\bar{\Psi}_R}{dt}, \end{aligned} \quad [4.2-22]$$

kde

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_S &= L_S \bar{i}_S + L_m e^{j\vartheta} \bar{i}_R \\ \bar{\Psi}_R &= L_R \bar{i}_R + L_m e^{-j\vartheta} \bar{i}_S. \end{aligned} \quad [4.2-23]$$

Kombinací rovnic [4.2-22] a [4.2-23] dostáváme pro statorový a rotorový obvod

$$\begin{aligned} \bar{u}_S &= R_S \bar{i}_S + L_S \frac{d\bar{i}_S}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (\bar{i}_R e^{j\vartheta}) \\ \bar{u}_R &= R_R \bar{i}_R + L_R \frac{d\bar{i}_R}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (\bar{i}_S e^{-j\vartheta}). \end{aligned} \quad [4.2-24]$$

U ASM s kotvou nakrátko je rotorové napětí vždy nulové ($\bar{u}_R = 0$).

Pokud dále víme, že platí $\frac{d}{dt}(x \cdot y) = \frac{dx}{dt} y + x \frac{dy}{dt}$, lze rovnice [4.2-24] upravit na

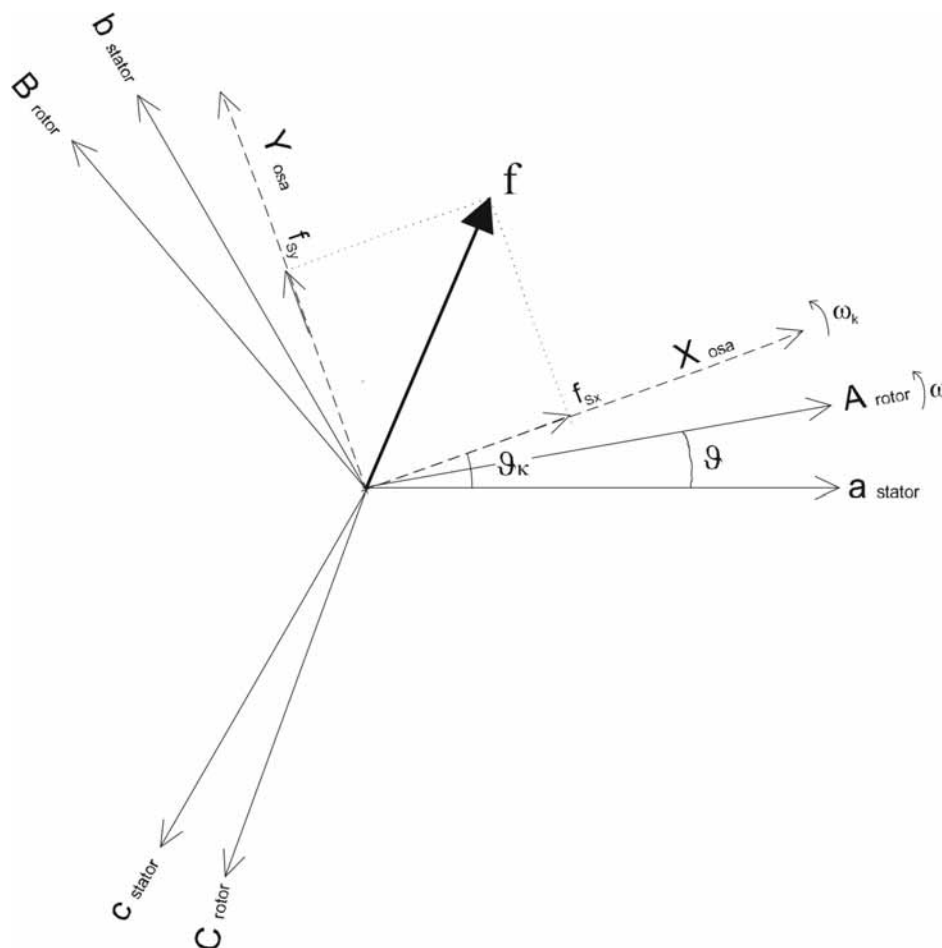
$$\begin{aligned} \bar{u}_S &= R_S \bar{i}_S + L_S \frac{d\bar{i}_S}{dt} + L_m \left(\frac{d\bar{i}_R}{dt} \right) e^{j\vartheta} + j\omega L_m \bar{i}_R e^{j\vartheta} \\ 0 &= R_R \bar{i}_R + L_R \frac{d\bar{i}_R}{dt} + L_m \left(\frac{d\bar{i}_S}{dt} \right) e^{-j\vartheta} - j\omega L_m \bar{i}_S e^{-j\vartheta}, \end{aligned} \quad [4.2-25]$$

kde $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$ je mechanická úhlová rychlost rotoru.

Zavedením prostorového vektoru se nám tedy zápis rovnic pro třífázový ASM značně zpřehlednil a zjednodušil.

4.2.2 Transformace souřadnic

Vektory napětí, proudů a spřažených magnetických toků ASM, jenž jsme až doposud popisovali v rámci trojfázové soustavy (abc), lze snadno vyjádřit i v dvoufázové souřadné soustavě. Předpokládejme nyní obecný rotující dvuosý systém k tvořený kolmými osami x a y jako na obr.4-6.



Obr.4-6: Umístění obecného souřadného systému k (osy x a y) v trojfázové soustavě (osy abc)

Jednotlivé tři složky trojfázové veličiny se jednoduše promítnou do kolmých os x a y . Symboly a, b, c - stator (resp. A, B, C - rotor) označují magnetické osy statorového (resp. rotorového) obvodu a symboly X, Y osa definují pravoúhlý souřadný systém k , jenž se vzhledem ke stojícímu statoru otáčí obecnou úhlovou rychlostí $\omega_k = d\vartheta_k/dt$. Rotor je vzhledem ke statoru natočen o časově proměnlivý úhel ϑ ($\omega = d\vartheta/dt$).

Trojfázová veličina tedy může být v rámci os x a y popsána následovně

$$f_{Sx} = f_{Sa} \cos \vartheta_k + f_{Sb} \cos \left(\vartheta_k - \frac{2\pi}{3} \right) + f_{Sc} \cos \left(\vartheta_k + \frac{2\pi}{3} \right) \quad [4.2-26]$$

$$f_{Sy} = f_{Sa} \sin \vartheta_k + f_{Sb} \sin \left(\vartheta_k - \frac{2\pi}{3} \right) + f_{Sc} \sin \left(\vartheta_k + \frac{2\pi}{3} \right), \quad [4.2-27]$$

kde symbol f reprezentuje libovolnou trojfázovou statorovou veličinu. S použitím Eulerových vztahů dostaneme zápis vektoru

$$\bar{f}_{Sxy}^k = f_{Sx} + jf_{Sy} = f_{Sa} e^{-j\vartheta_k} + f_{Sb} e^{-j\left(\vartheta_k - \frac{2\pi}{3}\right)} + f_{Sc} e^{-j\left(\vartheta_k + \frac{2\pi}{3}\right)} = [f_{Sa} + \bar{a}f_{Sb} + \bar{a}^2 f_{Sc}] e^{-j\vartheta_k} \quad [4.2-28]$$

což mohu napsat jako

$$\bar{f}_{Sxy}^k = \bar{f}_{Sabc} e^{-j\vartheta_k} \quad \text{nebo zpětně} \quad \bar{f}_{Sabc} = \bar{f}_{Sxy}^k e^{j\vartheta_k} . \quad [4.2-29]$$

Rovnice [4.2-29] popisuje transformaci vektoru \bar{f}_{Sabc} do obecného rotujícího systému (xy) , jenž je v okamžiku transformace vzhledem k původnímu systému (abc) natočen o úhel ϑ_k . Podobným způsobem lze transformovat i rotorové veličiny. Musíme však navíc uvažovat natočení rotoru vůči statoru o úhel ϑ .

$$\bar{f}_{Rxy}^k = \bar{f}_{RABC} e^{-j(\vartheta_k - \vartheta)} \quad \text{nebo zpětně} \quad \bar{f}_{RABC} = \bar{f}_{Rxy}^k e^{j(\vartheta_k - \vartheta)} . \quad [4.2-30]$$

Rovnice [4.2-29] a [4.2-30] nyní můžeme použít pro transformaci napěťových rovnic ASM do obecného rotujícího souřadného systému k . Aplikováním vztahu [4.2-29] na napěťové rovnice [4.2-22] dostáváme

$$\begin{aligned} \bar{u}_S^k e^{j\vartheta_k} &= R_S \bar{i}_S^k e^{j\vartheta_k} + \frac{d}{dt} (\bar{\Psi}_S^k e^{j\vartheta_k}) \\ 0 &= R_R \bar{i}_R^k e^{j(\vartheta_k - \vartheta)} + \frac{d}{dt} (\bar{\Psi}_R^k e^{j(\vartheta_k - \vartheta)}) \end{aligned} \quad [4.2-31]$$

a po derivaci součinu a vykrácení členů $e^{j\vartheta_k}$ a $e^{j(\vartheta_k - \vartheta)}$ dostaneme napěťové rovnice ASM v obecném rotujícím souřadném systému k .

$$\begin{aligned} \bar{u}_S^k &= R_S \bar{i}_S^k + \frac{d\bar{\Psi}_S^k}{dt} + j\omega_k \bar{\Psi}_S^k \\ 0 &= R_R \bar{i}_R^k + \frac{d\bar{\Psi}_R^k}{dt} + j(\omega_k - \omega) \bar{\Psi}_R^k . \end{aligned} \quad [4.2-32]$$

Rovnice mohou být zapsány i ve skalární formě, pokud veličiny rozdělíme na reálnou (x) a imaginární (y) část

$$\begin{aligned} u_{Sx} &= R_S i_{Sx} + \frac{d\Psi_{Sx}}{dt} - \omega_k \Psi_{Sy} \\ u_{Sy} &= R_S i_{Sy} + \frac{d\Psi_{Sy}}{dt} + \omega_k \Psi_{Sx} \end{aligned} \quad [4.2-33]$$

$$\begin{aligned} 0 &= R_R i_{Rx} + \frac{d\Psi_{Rx}}{dt} - (\omega_k - \omega) \Psi_{Ry} \\ 0 &= R_R i_{Ry} + \frac{d\Psi_{Ry}}{dt} + (\omega_k - \omega) \Psi_{Rx} , \end{aligned} \quad [4.2-34]$$

kde

$$\begin{aligned} \bar{u}_S^k &= u_{Sx} + j u_{Sy} \\ \Psi_{Sx} &= L_S i_{Sx} + L_m i_{Rx} \\ \Psi_{Sy} &= L_S i_{Sy} + L_m i_{Ry} \\ \Psi_{Rx} &= L_R i_{Rx} + L_m i_{Sx} \\ \Psi_{Ry} &= L_R i_{Ry} + L_m i_{Sy} . \end{aligned} \quad [4.2-35]$$

Rovnice [4.2-33] a [4.2-34] bývají mnohdy vyjádřeny i v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} u_{Sx} \\ u_{Sy} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S + pL_S & -\omega_k L_S & pL_m & -\omega L_m \\ \omega L_S & R_S + pL_S & \omega L_m & pL_m \\ pL_m & -(\omega_k - \omega)L_m & R_R + pL_R & -(\omega_k - \omega)L_R \\ (\omega_k - \omega)L_m & pL_m & (\omega_k - \omega)L_R & R_R + pL_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Sx} \\ i_{Sy} \\ i_{Rx} \\ i_{Ry} \end{bmatrix}$$

$$\text{kde } p = \frac{d}{dt} . \quad [4.2-36]$$

Při analýzách ASM je výhodné používat spíše speciální případy obecného systému k . Jak bylo odvozeno, transformace vektoru (např. statorového proudu) z systému os abc do pravoúhlého obecného systému os xy je dána vztahem

$$\bar{i}_{Sxy} = \frac{2}{3} [i_{Sa} + \bar{a}i_{Sb} + \bar{a}^2i_{Sc}] e^{-j\vartheta_k}. \quad [4.2-37]$$

Nyní budeme zkoumat tři konkrétní případy obecného systému k , a sice pro $\omega_k=0$ (systém svázaný se státorem - stacionární), pro $\omega_k=\omega_s$ (systém svázaný s rotujícím magnetickým polem ve vzduchové mezeře - synchronní) a pro $\omega_k=\omega$ (systém svázaný s rotorem).

Stacionární systém - $\alpha\beta$

V tomto případě bude nový souřadný systém jakoby pevně svázan se státorem ($\omega_k=0$). Souřadnice tohoto systému mají označení α (pro reálnou osu) a β (pro imaginární osu). Tato transformace se nazývá Clarkova. Pokud předpokládáme $\omega_k=0$, a osu α ztotožňujeme s osou a , potom $\vartheta_k=0$ a z rovnice [4.2-37] plyne

$$\bar{i}_{S\alpha\beta} = \frac{2}{3} [i_{Sa} + \bar{a}i_{Sb} + \bar{a}^2i_{Sc}]. \quad [4.2-38]$$

Když do [4.2-38] dosadíme za a a a^2 dle vztahu [4.2-18], dostaneme

$$\begin{aligned} \bar{i}_{S\alpha\beta} &= i_{S\alpha} + j i_{S\beta} = \frac{2}{3} \left[i_{Sa} - \frac{1}{2} i_{Sb} - \frac{1}{2} i_{Sc} + j \frac{\sqrt{3}}{2} i_{Sb} - j \frac{\sqrt{3}}{2} i_{Sc} \right] \\ i_{S\alpha} &= \mathbf{Re}\{\bar{i}_{S\alpha\beta}\} = \frac{2}{3} \left[i_{Sa} - \frac{1}{2} i_{Sb} - \frac{1}{2} i_{Sc} \right] = i_{Sa} \\ i_{S\beta} &= \mathbf{Im}\{\bar{i}_{S\alpha\beta}\} = \frac{2}{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} i_{Sb} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{Sc} \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_{Sb} - i_{Sc}). \end{aligned} \quad [4.2-39]$$

Pro zpětnou transformaci lze použít vztahy

$$\begin{aligned} i_{Sa} &= i_{S\alpha} \\ i_{Sb} &= -\frac{1}{2} i_{S\alpha} + i_{S\beta} \\ i_{Sc} &= -\frac{1}{2} i_{S\alpha} - i_{S\beta}. \end{aligned} \quad [4.2-40]$$

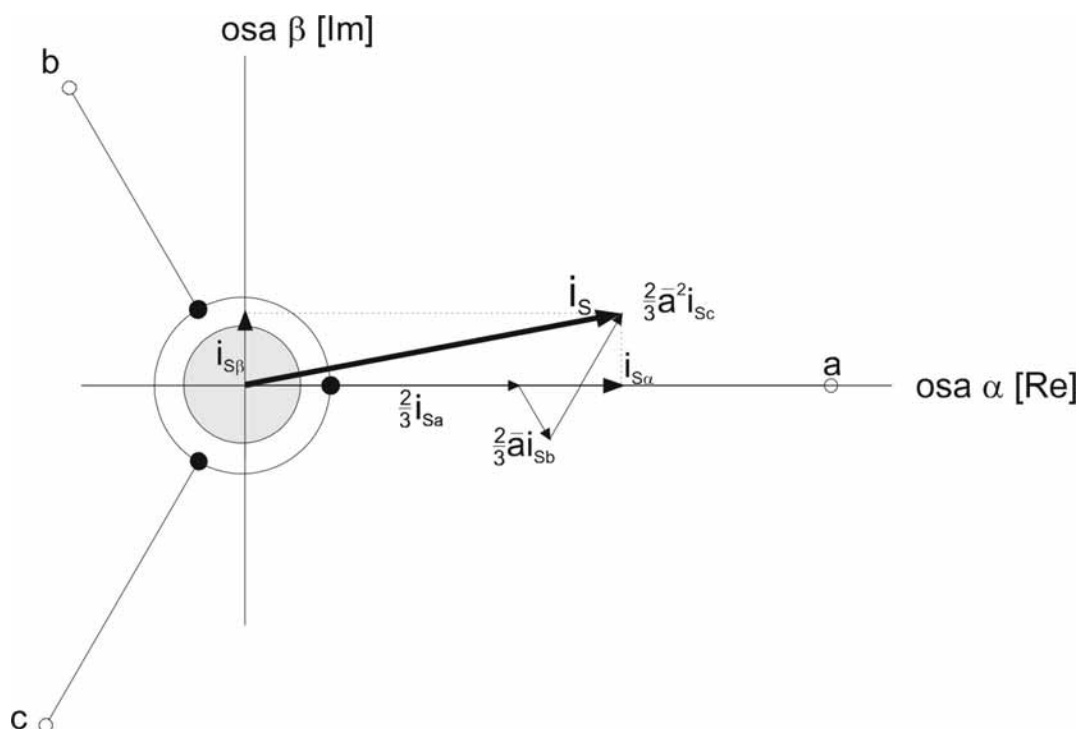
Napěťové rovnice ve stojícím systému $\alpha\beta$ jsou po dosažení $\omega_k=0$ od [4.2-33] a [4.2-34] následující

$$\begin{aligned} u_{S\alpha} &= R_S i_{S\alpha} + \frac{d\Psi_{S\alpha}}{dt} \\ u_{S\beta} &= R_S i_{S\beta} + \frac{d\Psi_{S\beta}}{dt} \end{aligned} \quad [4.2-41]$$

$$\begin{aligned} 0 &= R_R i_{R\alpha} + \frac{d\Psi_{R\alpha}}{dt} + \omega \Psi_{R\beta} \\ 0 &= R_R i_{R\beta} + \frac{d\Psi_{R\beta}}{dt} - \omega \Psi_{R\alpha}, \end{aligned} \quad [4.2-42]$$

kde

$$\begin{aligned} \Psi_{S\alpha} &= L_S i_{S\alpha} + L_m i_{R\alpha} \\ \Psi_{S\beta} &= L_S i_{S\beta} + L_m i_{R\beta} \\ \Psi_{R\alpha} &= L_R i_{R\alpha} + L_m i_{S\alpha} \\ \Psi_{R\beta} &= L_R i_{R\beta} + L_m i_{S\beta}. \end{aligned} \quad [4.2-43]$$



Obr.4-7: Transformace vektoru proudu z 3-fázového (abc) do 2-fázového ($\alpha\beta$) systému

Synchronně rotující systém - dq

Nyní již budeme vycházet ze stacionárního systému $\alpha\beta$, vůči němuž se systém dq pohybuje rychlostí shodnou se synchronní rychlostí točivého magnetického pole (ω_S) ve vzduchové mezeře motoru.

Pro tyto systémy platí transformační vztah

$$\vec{i}_{Sdq} = \vec{i}_{S\alpha\beta} e^{-j\theta_S} . \quad [4.2-44]$$

Grafická interpretace tohoto vztahu je na obr.4-8.

Jestliže se soustava dq pohybuje vůči soustavě $\alpha\beta$ synchronní rychlostí $\omega_S = d\theta_S/dt$, potom pro jednotlivé složky transformovaného vektoru platí následující vztahy (tzv. Parkova transformace):

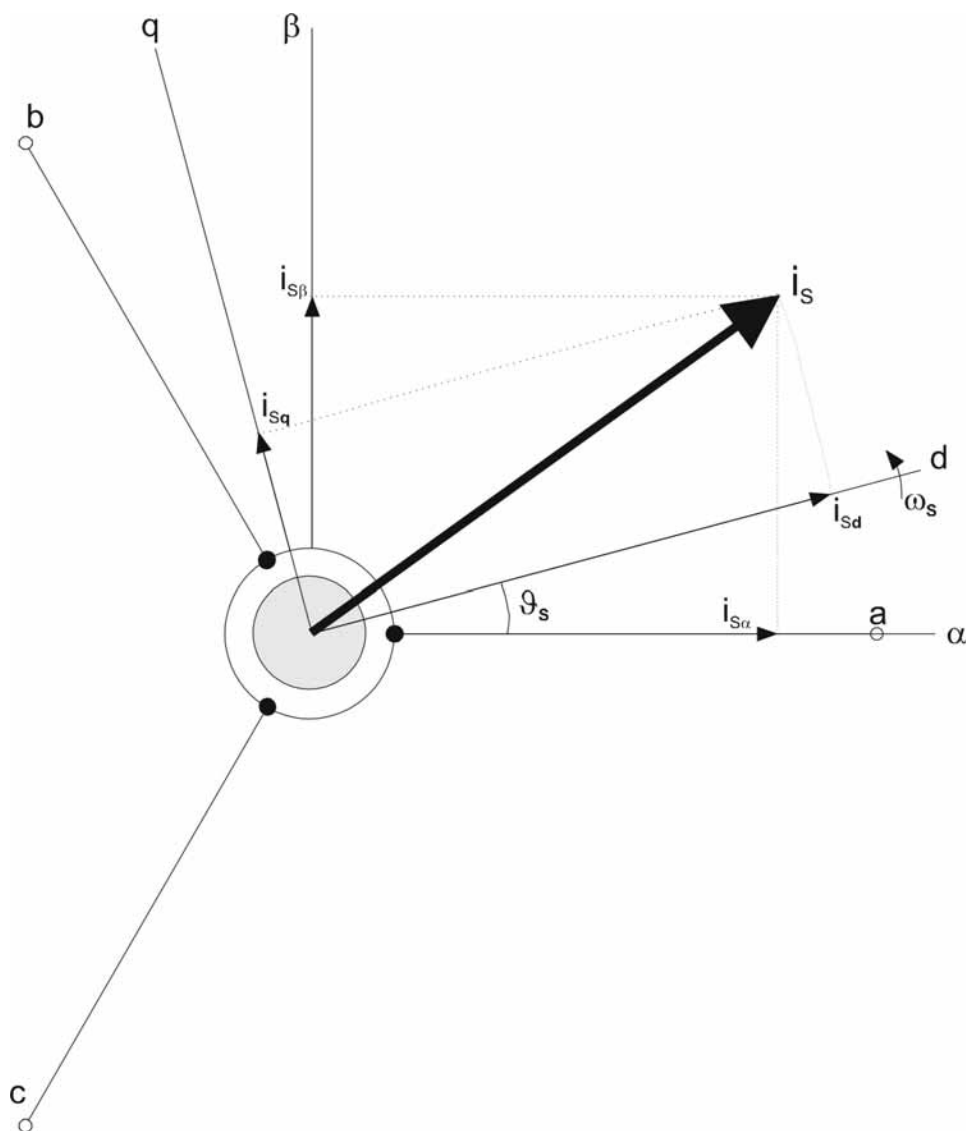
$$\begin{aligned} i_{Sd} &= i_{S\alpha} \cos \theta_S + i_{S\beta} \sin \theta_S \\ i_{Sq} &= -i_{S\alpha} \sin \theta_S + i_{S\beta} \cos \theta_S . \end{aligned} \quad [4.2-45]$$

Vzhledem k tomu, že se vektor statorového proudu otáčí synchronní rychlostí ω_S , bude se v systému dq jevit jako stojící a můžeme tedy s tímto proudem nakládat jako se stejnosměrným. To je výhodné při syntéze regulačních struktur.

Napěťové rovnice ASM v synchronně rotujícím souřadném systému jsou

$$\begin{aligned} u_{Sd} &= R_S i_{Sd} + \frac{d\Psi_{Sd}}{dt} - \omega_S \Psi_{Sq} \\ u_{Sq} &= R_S i_{Sq} + \frac{d\Psi_{Sq}}{dt} + \omega_S \Psi_{Sd} \end{aligned} \quad [4.2-46]$$

$$\begin{aligned} 0 &= R_R i_{Rd} + \frac{d\Psi_{Rd}}{dt} - (\omega_S - \omega) \Psi_{Rq} \\ 0 &= R_R i_{Rq} + \frac{d\Psi_{Rq}}{dt} + (\omega_S - \omega) \Psi_{Rd} \end{aligned} \quad [4.2-47]$$



Obr.4-8: Transformace ze systému $\alpha\beta$ do systému dq

System svázaný s rotorem - kI

System se bude otáčet společně s rotorem mechanickou rychlostí $\omega_k = \omega$.

$$\bar{f}_{SkI} = \bar{f}_{S\alpha\beta} e^{-j\theta} \quad [4.2-48]$$

Tato transformace je vhodná při zkoumání rotorových veličin.

Napěťové rovnice pro tento systém vypadají následovně

$$\begin{aligned} u_{Sk} &= R_S i_{Sk} + \frac{d\Psi_{Sk}}{dt} - \omega \Psi_{Sl} \\ u_{Sl} &= R_S i_{Sl} + \frac{d\Psi_{Sl}}{dt} + \omega \Psi_{Sk} \end{aligned} \quad [4.2-49]$$

$$\begin{aligned} 0 &= R_R i_{Rk} + \frac{d\Psi_{Rk}}{dt} \\ 0 &= R_R i_{Rl} + \frac{d\Psi_{Rl}}{dt} \end{aligned} \quad [4.2-50]$$

V tabulce 4-1 jsou shrnuty nejdůležitější odvozené transformační vztahy.

$abc \rightarrow \alpha\beta$	$\alpha\beta \rightarrow abc$
$i_{S\alpha} = i_{Sa}$ $i_{S\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{Sb} - i_{Sc}) =$ $= \frac{1}{\sqrt{3}}i_a + \frac{2}{\sqrt{3}}i_b$	$i_{Sa} = i_{S\alpha}$ $i_{Sb} = -\frac{1}{2}i_{S\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{S\beta}$ $i_{Sc} = -\frac{1}{2}i_{S\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{S\beta}$
$\alpha\beta \rightarrow dq$	$dq \rightarrow \alpha\beta$
$i_{Sd} = i_{S\alpha} \cos \vartheta_S + i_{S\beta} \sin \vartheta_S$ $i_{Sq} = -i_{S\alpha} \sin \vartheta_S + i_{S\beta} \cos \vartheta_S$	$i_{S\alpha} = i_{Sd} \cos \vartheta_S - i_{Sq} \sin \vartheta_S$ $i_{S\beta} = i_{Sd} \sin \vartheta_S + i_{Sq} \cos \vartheta_S$

Tab.4-1: Shrnutí transformačních vztahů

4.2.3 Náhradní schéma v ustáleném tvaru

Pro analýzu asynchronního motoru (ASM) v ustáleném stavu a pro výpočty jeho základních veličin a parametrů je zapotřebí znát jeho náhradní elektrické schéma. Díky časově proměnným magnetickým vazbám mezi statorovými a rotorovými fázemi se návrh regulačního systému a analýza dynamického chování ASM stává poměrně složitou záležitostí (na rozdíl od stejnosměrného motoru). Dynamický model ASM je proto popsán diferenciálními rovnicemi s časově proměnnými koeficienty. Při analýze ASM se s výhodou používají transformace souřadných systémů.

Uvažujme nyní, že je motor napájen sinusovým napětím o konstantní frekvenci f_S . Při odvozování napěťových rovnic ASM v ustáleném stavu budeme vycházet z rovnic [4.2-32], přičemž uvažujeme $\omega_k=0$.

$$\begin{aligned} \bar{u}_S &= R_S \bar{i}_S + \frac{d\bar{\Psi}_S}{dt} \\ 0 &= R_R \bar{i}_R + \frac{d\bar{\Psi}_R}{dt} - j\omega \bar{\Psi}_R \end{aligned} \quad [4.2-50]$$

Dosadíme za toky z rovnic [4.2-35]

$$\begin{aligned} \bar{u}_S &= R_S \bar{i}_S + L_S \frac{d\bar{i}_S}{dt} + L_m \frac{d\bar{i}_R}{dt} \\ 0 &= R_R \bar{i}_R + L_R \frac{d\bar{i}_R}{dt} + L_m \frac{d\bar{i}_S}{dt} - j\omega(L_R \bar{i}_R + L_m \bar{i}_S) \end{aligned} \quad [4.2-51]$$

Pokud motor pracuje s konstantními otáčkami, lze potom považovat jeho napěťové diferenciální rovnice za lineární a aplikovat Laplaceovu transformaci ($d/dt=p=j\omega_S$).

Pro ustálený stav lze vektor nahradit výrazem

$$\bar{i}_{S\alpha\beta} = \tilde{I}_S e^{j\omega_S t} \quad [4.2-52]$$

Přičemž $\tilde{I}_S = I_{S\max} e^{j\varphi_S}$ je fázor statorového proudu a $I_{S\max}$ je jeho amplituda a φ_S jeho fázový posun. Napěťové rovnice ASM v ustáleném stavu tedy nabudou tvaru

$$\begin{aligned} \tilde{U}_S &= R_S \tilde{I}_S + j\omega_S L_S \tilde{I}_S + j\omega_S L_m \tilde{I}_R \\ 0 &= R_R \tilde{I}_R + j(\omega_S - \omega) L_R \tilde{I}_R + j(\omega_S - \omega) L_m \tilde{I}_S. \end{aligned} \quad [4.2-53]$$

Zavedením reaktancí $X_S = \omega_S L_S$, $X_R = \omega_S L_R$, $X_m = \omega_S L_m$ a skluzu $s = (\omega_S - \omega) / \omega_S$ dostaneme

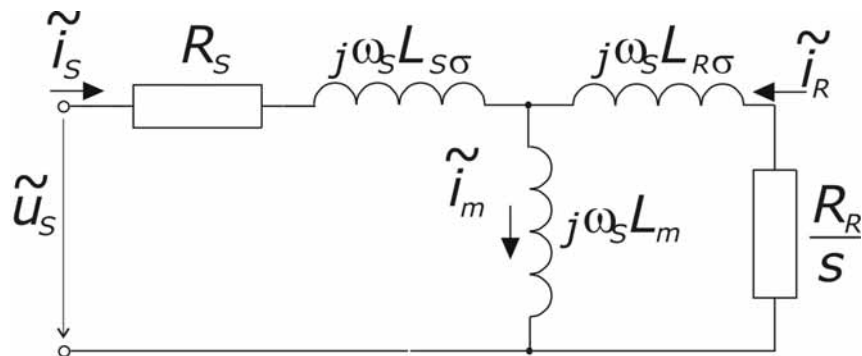
$$\begin{aligned}\tilde{U}_S &= R_S \tilde{I}_S + jX_S \tilde{I}_S + jX_m \tilde{I}_R \\ 0 &= \frac{R_R}{S} \tilde{I}_R + jX_R \tilde{I}_R + jX_m \tilde{I}_S.\end{aligned}\quad [4.2-54]$$

Dále je možné zavést tzv. magnetizační proud $\tilde{I}_m = \tilde{I}_S + \tilde{I}_R$ a rozptylové reaktance $X_{S\sigma} = X_S - X_m$, $X_{R\sigma} = X_R - X_m$.

Rovnice [4.2-54] potom vypadají následovně

$$\begin{aligned}\tilde{U}_S &= (R_S + jX_{S\sigma}) \tilde{I}_S + jX_m \tilde{I}_m \\ 0 &= \left(\frac{R_R}{S} + jX_{R\sigma} \right) \tilde{I}_R + jX_m \tilde{I}_m.\end{aligned}\quad [4.2-55]$$

Těmto rovnicím odpovídá náhradní schéma pro ASM v ustáleném stavu na obr.4-9.



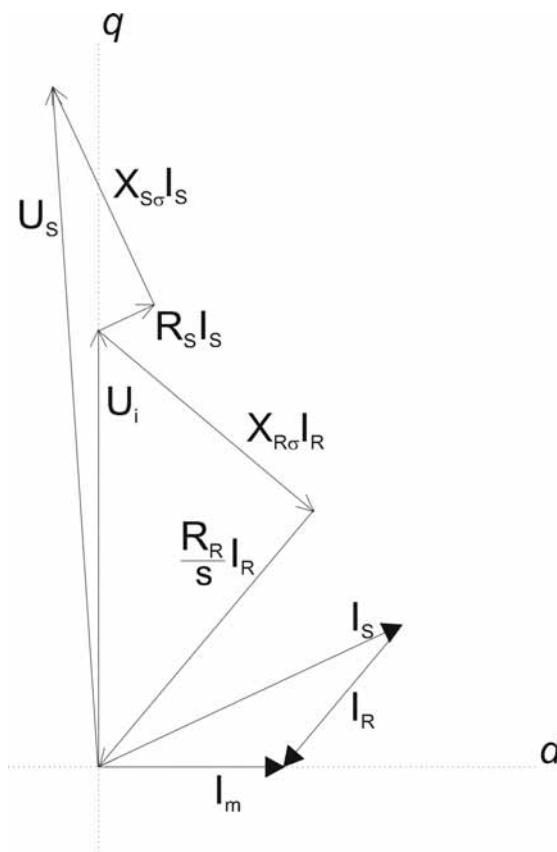
$$L_{S\sigma} = L_S - L_m, \quad L_{R\sigma} = L_R - L_m$$

Obr.4-9: Náhradní obvod ASM pro ustálený stav

Toto náhradní jednofázové schéma ASM se velmi podobá schématu pro transformátor (odpor R_{Fe} reprezentující ztráty v železe se u ASM zanedbává, neboť nemá vliv na jeho pracovní vlastnosti, pouze na jeho ztráty).

V souvislosti s náhradním obvodem ASM se často objevují tyto parametry a veličiny:

$L_S (X_S)$	celková vlastní indukčnost (reaktance) jedné fáze statoru; $L_S = L_m + L_{S\sigma} = (1 + \sigma_S)L_m$
$L_{S\sigma} (X_{S\sigma})$	rozptylová indukčnost (reaktance) jedné fáze statoru
$L_R (X_R)$	celková vlastní indukčnost (reaktance) jedné fáze rotoru; $L_R = L_m + L_{R\sigma} = (1 + \sigma_R)L_m$
$L_{R\sigma} (X_{R\sigma})$	rozptylová indukčnost (reaktance) jedné fáze rotoru
$L_m (X_m)$	magnetizační indukčnost (reaktance)
σ_S	statorový koeficient rozptylu; $\sigma_S = L_{S\sigma}/L_m$
σ_R	rotorový koeficient rozptylu; $\sigma_R = L_{R\sigma}/L_m$
σ	koeficient celkového rozptylu; $\sigma = 1 - 1/(1 + \sigma_S)(1 + \sigma_R) = 1 - L_m^2/L_S L_R$
Ψ_S	celkový magnetický tok jedné fáze statoru; $\Psi_S = \Psi_m + \Psi_{S\sigma}$
Ψ_R	celkový magnetický tok jedné fáze rotoru; $\Psi_R = \Psi_m + \Psi_{R\sigma}$
Ψ_m	hlavní (magnetizační) magnetický tok; $\Psi_m = L_m I_m$
I_m	magnetizační proud; $I_m = I_S + I_R$



Obr.4-10: Fázorový diagram ASM podle obrázku 4-9

4.2.4 Modifikované náhradní obvody

Použitím prostorového vektoru jsme dosáhli zjednodušení a zpřehlednění diferenciálních rovnic popisujících ASM, na jejichž základě lze sestavit model ASM. Tento model lze poté použít pro náhradní reprezentaci ASM v jeho konkrétních pracovních stavech. Pro každou aplikaci existuje pracovní omezení, jež specifikují určitý stav a umožňují nám tím upravit obecný model ASM do vhodnější podoby. Přímé použití modelu ASM s komplexními veličinami je vhodné zejména v pracovní oblasti konstantních otáček, kdy se diferenciální rovnice linearizují a nabývají konstantních koeficientů. Náhradní obvod, jež správně reprezentuje rovnice pro ASM je velmi užitečný pro pochopení jeho činnosti.

Rovnice pro náhradní schéma ASM pro ustálený stav byly odvozeny v předešlé kapitole.

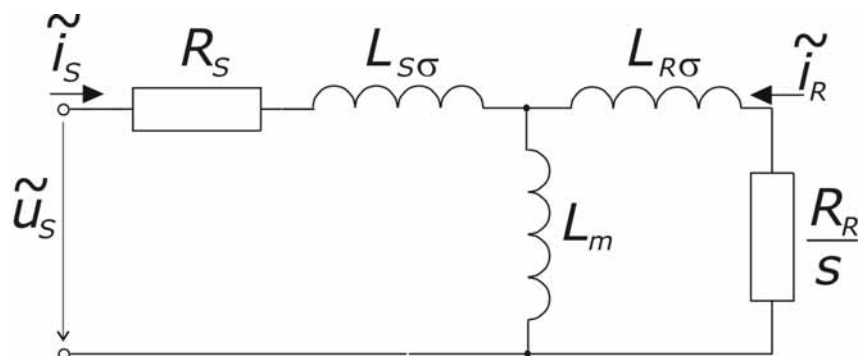
Modifikovaná schémata lze vykreslit na základě úpravy rovnic [4.2-53]

$$\begin{aligned}\tilde{U}_s &= R_s \tilde{I}_s + j\omega_s L_s \tilde{I}_s + j\omega_s L_m \tilde{I}_r \\ 0 &= R_r \tilde{I}_r + j(\omega_s - \omega) L_r \tilde{I}_r + j(\omega_s - \omega) L_m \tilde{I}_s\end{aligned}\quad [4.2-56]$$

Do rotorové rovnice zavedeme proměnnou skluz $s = (\omega_s - \omega) / \omega_s$ a do obou pomocnou konstantu b .

$$\begin{aligned}\tilde{U}_s &= (R_s + j\omega_s L_s) \tilde{I}_s + b \cdot j\omega_s L_m \frac{\tilde{I}_r}{b} \\ b \cdot 0 &= b^2 \cdot \left(\frac{R_r}{s} + j\omega_s L_r \right) \frac{\tilde{I}_r}{b} + b \cdot j\omega_s L_m \tilde{I}_s\end{aligned}\quad [4.2-57]$$

Všimněte si, že zavedením konstanty b jsme nikterak nepozměnili matematický smysl rovnic. Parametry těchto rovnic jsou tedy R_S , $b^2 R_R$, L_S , $b^2 L_R$, $b L_m$ a veličinami u_S , i_S , i_R/b , kde b je libovolně volitelná konstanta (kromě $b=0$ nebo ∞). Pokud nás nezajímají skutečné aktuální hodnoty rotorového proudu, není nutné znát ani b . Pro $b=1$ dostaneme klasické náhradní schéma ASM (obr.4-11).

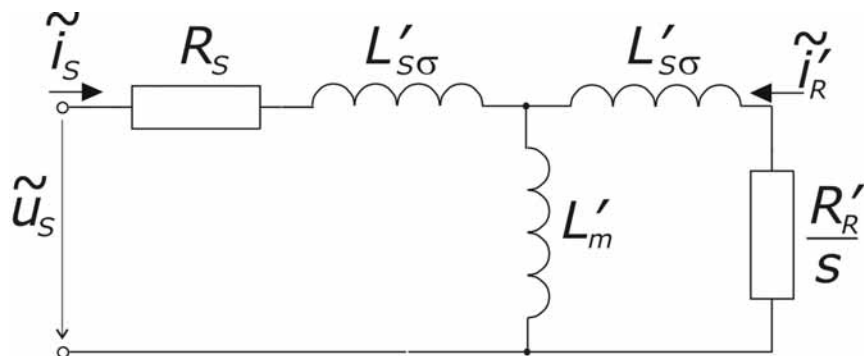


$$L_{S\sigma} = L_S - L_m, \quad L_{R\sigma} = L_R - L_m$$

Obr.4-11: Klasické náhradní schéma ASM (T-článek)

Vhodnou volbou této konstanty lze však obecný model ASM převést do následujících modifikací (odpory a indukčnosti označené čárkou představují modifikovanou hodnotu vztahující se k danému typu obvodu):

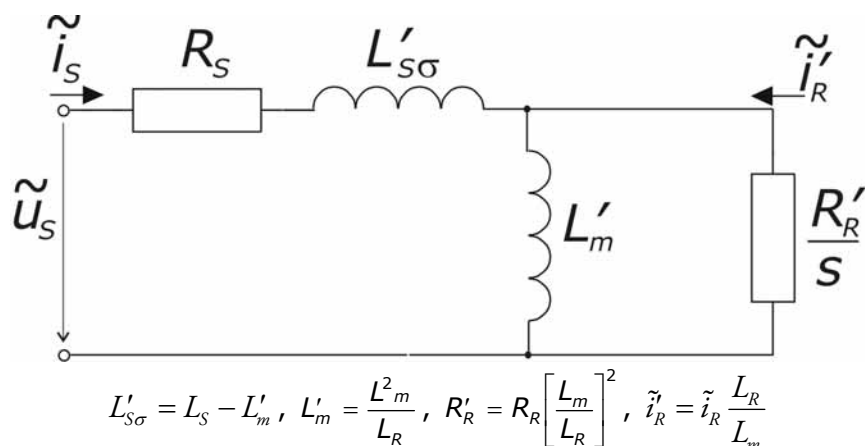
- 1) $b = \sqrt{\frac{L_S}{L_R}}$ - v modelu se při této volbě rovnají vlastní indukčnosti statoru a rotoru.



$$L'_{S\sigma} = L_S - L'_m, \quad L'_m = L_m \sqrt{\frac{L_S}{L_R}}, \quad R'_R = R_R \frac{L_S}{L_R}, \quad i'_R = i_R \sqrt{\frac{L_R}{L_S}}$$

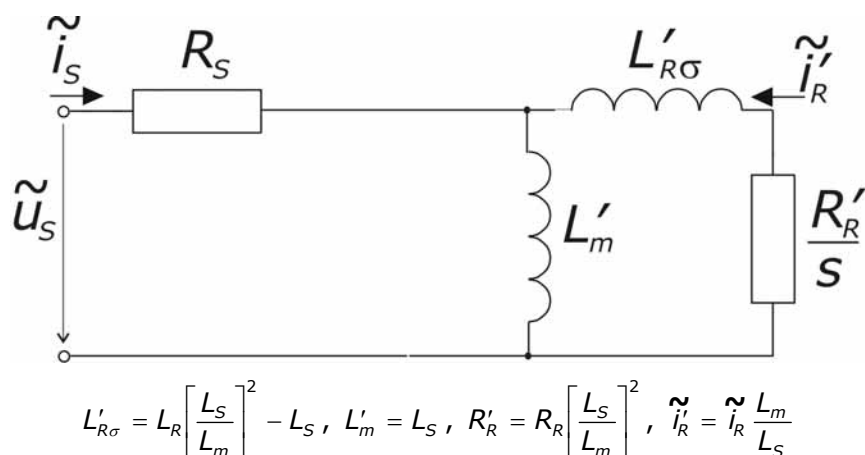
Obr.4-12: Modifikovaný model ASM se shodnými rozptylovými indukčnostmi

- 2) $b = \frac{L_m}{L_R}$ - magnetizační indukčnost a vlastní indukčnost rotoru budou mít stejnou hodnotu. Tato modifikace je velmi vhodná zejména pro systémy využívající pro řízení metodu založenou na konstantním rotorovém toku.



Obr.4-13: Modifikovaný model ASM s indukčnostmi pouze na statorové straně

3) $b = \frac{L_S}{L_m}$ - magnetizační indukčnost a vlastní indukčnost statoru budou mít stejnou hodnotu.



Obr.4-14: Modifikovaný model ASM s indukčnostmi pouze na rotorové straně

4.3 Výkon a moment

Až doposud jsme na ASM nahlíželi jako na systém složený z navzájem se ovlivňujících magnetických obvodů, a jeho elektromechanické vlastnosti jsme víceméně ignorovali. Nyní odvodíme základní vztahy pro výkon a moment ASM.

Pro činný výkon odebíraný motorem ze sítě platí (při $K=2/3$)

$$P_1 = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ \bar{u}_S \cdot \tilde{i}_S^* \}, \quad [4.3-1]$$

kde * označuje komplexně sdružený vektor a **Re** reálnou část výrazu ve složené závorce. Nyní s výhodou použijeme systém kolmých os dq , tedy zápis v tzv. synchronních souřadnicích.

Po dosazení za vektor statorového napětí z rovnic [4.2-46] (v synchronních souřadnicích dq)

$$\bar{u}_{Sdq} = R_S \bar{i}_{Sdq} + \frac{d\bar{\psi}_{Sdq}}{dt} + j\omega_S \bar{\psi}_{Sdq} \quad [4.3-2]$$

bude vztah pro příkon

$$P_1 = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ R_S \bar{i}_S \bar{i}_S^* \} + \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{d\bar{\Psi}_{Sdq}}{dt} \bar{i}_S^* \right\} + \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega_S \bar{\Psi}_{Sdq} \bar{i}_S^* \}. \quad [4.3-3]$$

Výkon přiváděný do motoru lze tedy rozdělit na tři části. První představuje tepelné ztráty ve vinutí statoru ($\bar{i}_S \bar{i}_S^* = 2I_{Sef}^2 \Rightarrow P_{teplo} = 3R_S I_{Sef}^2$). Druhá část reprezentuje časovou změnu energie magnetického pole v indukčnostech. Zbytek výkonu vstupuje do vzduchové mezery (označuje se P_δ) a posléze se mění v mechanický výkon (na hřídeli) a rotorové ztráty.

Po dosažení za $\bar{\Psi}_{Sdq} = \Psi_{Sd} + j\Psi_{Sq}$ a $\bar{i}_{Sdq}^* = i_{Sd} - ji_{Sq}$ dostaneme pro P_δ

$$\begin{aligned} P_\delta &= \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega_S \bar{\Psi}_{Sdq} \bar{i}_{Sdq}^* \} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega_S (\Psi_{Sd} i_{Sd} - j\Psi_{Sd} i_{Sq} + j\Psi_{Sq} i_{Sd} + \Psi_{Sq} i_{Sq}) \} = \\ &= \frac{3}{2} \omega_S (\Psi_{Sd} i_{Sq} - \Psi_{Sq} i_{Sd}) \end{aligned} \quad [4.3-4]$$

$$\text{Pro vnitřní moment motoru platí } m_i = \frac{P_\delta}{\omega_S} p_p. \quad [4.3-5]$$

$$\text{Mechanický výkon na hřídeli se vypočte jako } P_{mech} = P_\delta (1 - s), \quad [4.3-6]$$

kde $s = (\omega_S - \omega) / \omega_S$ je skluz rotoru a p_p je počet pólů motoru.

Dosadíme-li [4.3-4] a [4.3-6] do [4.3-5], potom

$$m_i = \frac{P_{mech}}{\omega} = \frac{3}{2} p_p (\Psi_{Sd} i_{Sq} - \Psi_{Sq} i_{Sd}). \quad [4.3-7]$$

Pro vnitřní moment lze odvodit mnoho dalších vztahů kombinujících statorové a rotorové toky a proudy, jako například

$$\begin{aligned} m_i &= \frac{3}{2} p_p L_m \operatorname{Im} \{ \bar{i}_S \cdot \bar{i}_R^* \} \\ m_i &= \frac{3}{2} p_p \frac{L_m}{L_R} \operatorname{Im} \{ \bar{i}_S \cdot \bar{\Psi}_R^* \} \\ m_i &= \frac{3}{2} p_p \frac{L_m}{\sigma L_S L_R} \operatorname{Im} \{ \bar{\Psi}_S \cdot \bar{\Psi}_R^* \}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_S L_R}. \end{aligned} \quad [4.3-8]$$

Elektromechanické vlastnosti ASM doplňuje vztah

$$m_i = J \frac{d\omega}{dt} + m_Z, \quad [4.3-9]$$

kde ω je mechanická rychlost rotoru [rad/s], m_Z je zátěžný moment a J moment setrvačnosti motoru. Výraz $J \frac{d\omega}{dt}$ je nazýván dynamickým momentem.

4.4 Způsoby řízení

Návrh regulačních obvodů pro ASM je v porovnání s regulační syntézou DC pohonů značně komplikován nelineárními vztahy mezi jednotlivými veličinami (momentem, magnetickými toky a otáčkami). Otáčky ASM lze z jeho principu řídit:

- změnou počtu pólů statoru p_p (např. 2/4, 4/6; tento způsob řízení vyžaduje speciální konstrukční uspořádání statorového vinutí)
- změnou odporu v rotorovém obvodu (pouze u ASM s kroužkovou kotvou)
- řízením skluzového výkonu (pouze u ASM s kroužkovou kotvou – tzv. kaskádní řízení)

- řízením statorového napětí (změnou amplitudy napětí při konstantní frekvenci napájecí sítě)
- frekvenčně-amplitudovým řízením

První čtyři způsoby se používaly a používají většinou pouze pro pohonářsky nenáročné aplikace a nesou s sebou spoustu nevýhod.

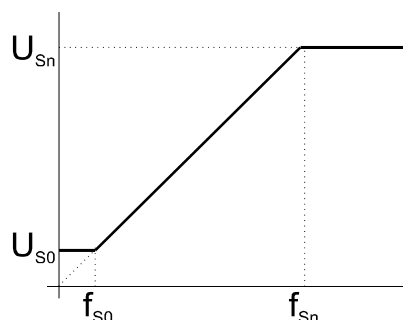
Poslední způsob, regulace rychlosti ASM změnou frekvence a amplitudy statorového napětí, mohl být realizován pouze s použitím spolehlivých výkonných polovodičových součástek, a to bylo možné až od počátku 70.let, kdy byla dostupná vhodná polovodičová a mikroprocesorová technika.

Předpokládejme nyní, že máme k dispozici frekvenční měnič s napěťovým stejnosměrným meziobvodem. Nyní potřebujeme k tomu, abychom mohli ovládat ASM dle našich představ vhodný řídicí algoritmus a regulační mikroprocesorovou desku, na jejímž konci budou k dispozici řídicí budící signály pro spínání výkonových tranzistorů nebo tyristorů ve střídači.

4.4.1 Skalární řízení

Při tomto způsobu řízení jsou regulovány pouze amplitudy jednotlivých veličin. Řídící a zpětnovazební signály jsou tedy stejnosměrné, což značně usnadňuje návrh regulačních obvodů. Výstupem regulačních algoritmů je požadované napětí a frekvence, jakožto vstup pro modulátor.

Skalární řízení v uzavřené smyčce (zpětnovazební) dosahuje velké statické přesnosti regulace. Je vhodné pro jednodušší aplikace (čerpadla, ventilátory). Pro dynamicky náročné aplikace a pro servopohony však není vhodné.



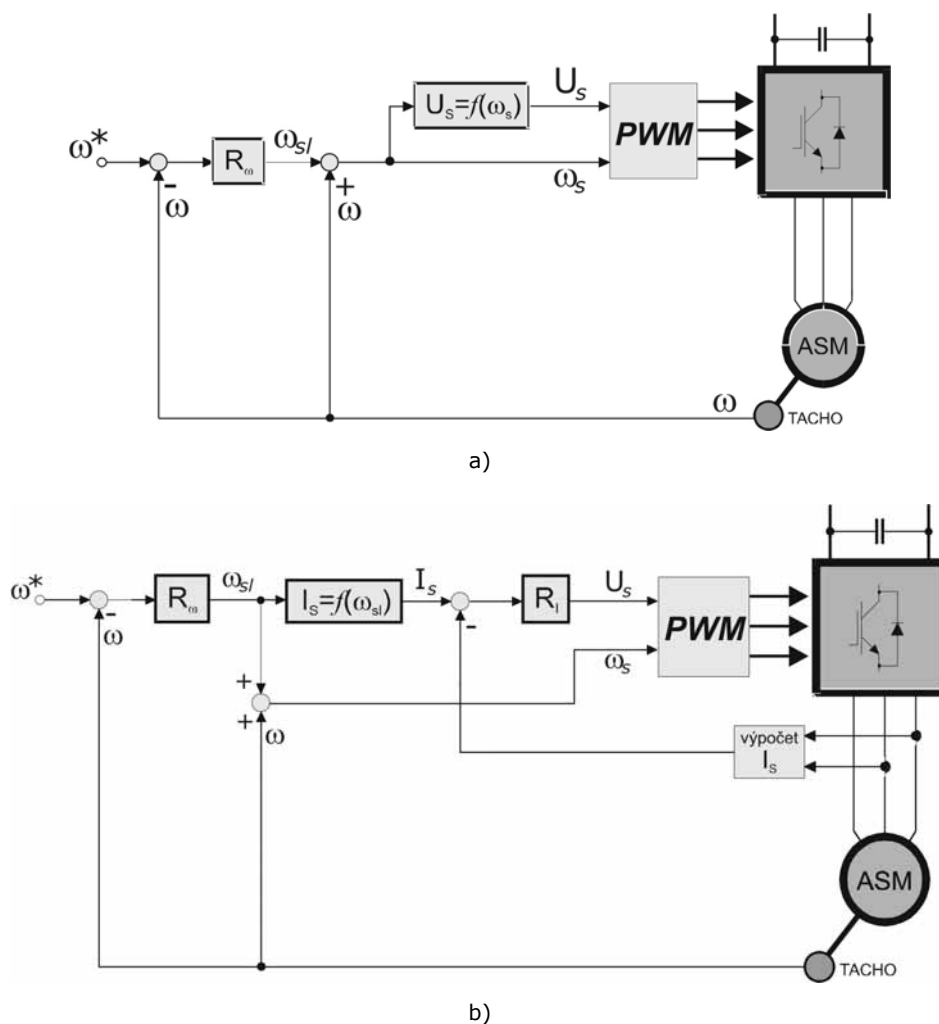
Obr.4-16: Nelineární závislost U_s na f_s

Pro efektivní využívání magnetického obvodu ASM je vhodné jej řídit při konstantním magnetickém toku. Ten je jak známo závislý na indukovaném napětí a úhlové rychlosti, respektive frekvenci, točivého magnetického pole dle vztahu $\Psi \approx \frac{U_i}{\omega_s}$.

Pro udržování konstantního toku Ψ je tedy nezbytné zajistit konstantní poměr U_i/ω_s . Napětí U_i bývá nahrazováno statorovým napětím U_s , neboť jejich rozdíl je při normálních provozních stavech a při vyšších frekvencích velmi malý. Pro nízké frekvence je však již zapotřebí kompenzovat úbytek napětí na statorovém odporu R_s , což vede k nelineární závislosti U_s na napájecí frekvenci f_s (obr.4-16).

Tento způsob řízení ASM je nazýván skalárním proto, že je zde regulována pouze absolutní hodnota napětí U_s a frekvence f_s . Prostorová orientace vektoru napětí není rozhodující.

Existuje mnoho typů regulačních struktur skalárního řízení. Liší se mezi sebou přístupem k jednotlivým stavovým veličinám pohonu. Podle požadavků aplikace považují některé veličiny za výchozí a ostatní s nimi svazují. Používají se různá optimalizační kritéria, různé způsoby získávání skutečných veličin, pro realizaci se volí různá technika, apod.



Obr.4-17: Typické regulační struktury skalárního řízení

Na obrázku 4-17 jsou dva příklady skalárního řízení ASM. První (4-17a) tzv. napětově-kmitočtové schéma využívá pro otáčkovou regulaci pouze zpětné vazby z čidla rychlosti. Výstupem regulátoru otáček je skluzová rychlost ω_{sl} . Synchronní rychlost dostaneme sečtením skluzové a mechanické úhlové rychlosti ($\omega_s = \omega_{sl} + \omega$). Správná závislost amplitudy statorového napětí U_s na vstupní frekvenci f_s je zajišťována buďto výpočtem určité funkce, nebo vyhledávací tabulkou, která aproximuje závislost na obrázku 4-16. Do PWM modulátoru vstupují signály U_s^* a ω_s^* . Výstupem jsou pulsy pro spínání tranzistorů ve střídači. Obrázek 4-17b (tzv. proudově-kmitočtové schéma) obsahuje navíc nelineární člen $I_s = f(\omega_{sl})$ a vnitřní proudovou regulační smyčku, takže požadované statorové napětí je výstupem proudového regulátoru.

4.4.2 Vektorové řízení

V roce 1969 představil německý vědec Hasse nový způsob řízení ASM napájeného z PWM střídače založený na vektorově popsaném modelu ASM. Tento způsob řízení vykazoval v té době výborné dynamické vlastnosti ve srovnání se skalárně řízenými AC pohony. Tato teorie, jenž se v té době zdála neobvyklou a nepřírozenou a navíc velice náročnou na realizaci (bylo zapotřebí zabudovat do motoru Hallové sondy pro přímé měření polohy magnetického toku), však nezbudila takovou pozornost jakou by si možná zasloužila. Nicméně, byla to první vlaštovka v oblasti vektorového řízení AC pohonů.

O několik let později, v sedmdesátých letech, publikoval Felix Blaschke^[18] obecnou teorii řízení AC motoru napájeného z libovolného frekvenčního měniče. Při sestavování této

teorie vycházel jak z vlastní intuice tak z matematických a fyzikálních zákonů. Vycházel ze vzájemných vztahů mezi vektory magnetických toků a magnetomotorických napětí a demonstroval, že souřadný systém svázaný s rotorem nebo se zvoleným magnetickým tokem představuje základní princip pro návrh řídicích struktur, neboť umožňuje nezávisle regulovat magnetický tok a moment ASM, což bylo až doposud nejvíce ceněnou regulační vlastností DC motorů. Zároveň zavedl pojem "Field Orientation", jenž se dodnes užívá pro popis takového způsobu řízení AC motorů (u nás se vžil pojem vektorové řízení).

Princip vektorového řízení

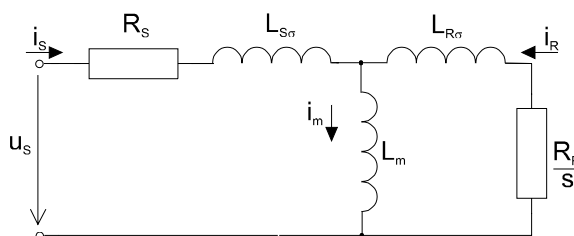
Nejčastěji se podstata vektorového řízení ASM vysvětluje na analogii s řízením otáček a momentu cize buzeného DC motoru (kapitola 2.1.1). Regulace otáček se u DC motoru provádí zpravidla změnou napětí na kotvě při udržování konstantního buzení. Pokud se motor točí naprázdno, teče kotvou minimální proud a indukované napětí je téměř shodné s napětím napájecím. Když motor zatížíme určitým momentem, zvýší se odebíraný proud ($M \approx \Phi_b I_a$) a tím i úbytek napětí na odporu kotvy. To vede ke snížení indukovaného napětí a tím i ke snížení aktuálních otáček DC motoru ($U_i \approx c \Phi_b \omega$). Pro každé napětí kotvy lze tedy určit příslušnou momentovou charakteristiku ($M = f(\omega)$). Aktuální rychlost otáčení motoru je potom dána velikostí kotevního napětí a momentem, jímž je motor zatěžován. Obdobně se chová i frekvenčně řízený ASM při konstantním udržování poměru U/f . V obou případech jsou proud i rychlost ovlivňovány mírou zatížení motoru podle momentové charakteristiky příslušející danému nabuzení motoru.

Regulace momentu se u DC motoru provádí jednoduše řízením kotevního proudu I_a . Aby motorem vyprodukovaný moment vždy proporcionálně odpovídal žádané hodnotě proudu I_a^* , musí být dodrženy tyto podmínky:

- 1) Zajistit nezávislou regulaci proudu I_a pro kompenzaci úbytků napětí na odporu a na rozptylové indukčnosti.
- 2) Zajistit konstantní nebo nezávisle regulovaný budící magnetický tok
- 3) Udržovat úhel mezi vektorem budícího magnetomotorického napětí ($F_b \approx \Phi_b$) a magnetomotorického napětí kotvy ($F_a \approx I_a$) na hodnotě 90° , aby se nemohly vzájemně ovlivňovat (obr.2-3)

Pokud nebudou tyto podmínky splněny (v ustálených i přechodných stavech), nebude dosaženo dobré regulace momentu. Splnění podmínek 2) a 3) je u DC motorů zajišťováno natočením komutátoru (případně kompenzačními a komutačními póly) a nezávislým cizím buzením. U střídavých strojů je pro jejich naplnění zapotřebí použít speciálních řídicích metod. Z tohoto důvodu je momentová regulace AC motorů mnohem složitější a komplikovanější. První střídavé pohony s regulací momentu na principu vektorového řízení byly se synchronním motorem, jenž má díky cize buzenému vinutí na rotoru k DC motoru blíže než ASM.

Na obr.4-18 je známý náhradní obvod ASM pro ustálený stav.



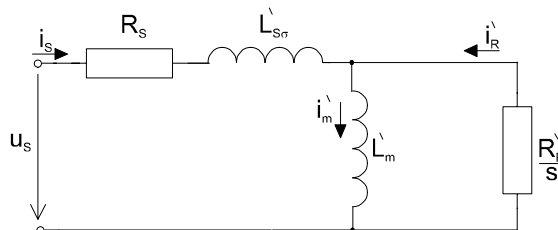
Obr.4-18: Klasické náhradní schéma ASM, tzv. "T-článek"

Vnitřní moment m_i produkovaný motorem je úměrný výkonu P_δ přenášeném přes vzduchovou mezeru ASM podle vztahu [4.3-5]. Výkon P_δ se podle ekvivalentního schématu

z obr.4-18 spotřebuje na odporu R_R/s podle vztahu $P_\delta = 3I^2 R_R/s$, kde s je skluz. Napětí na odporu R_R/s je $\tilde{U}_{R_R} = \tilde{I}_R \frac{R_R}{s}$. Pro moment pak platí

$$m_i = 3p_p \frac{\tilde{I}_R^2 R_R}{s\omega_s} = 3p_p \frac{\tilde{U}_{R_R} \tilde{I}_R}{\omega_s} \quad [4.5-1]$$

Pro demonstraci analogie mezi řízením ASM a DC motoru je vhodnější použít modifikovaný náhradní obvod ASM na obrázku 4-19 odvozený v kapitole 4.2.4.



Obr.4-19: Modifikované náhradní schéma ASM

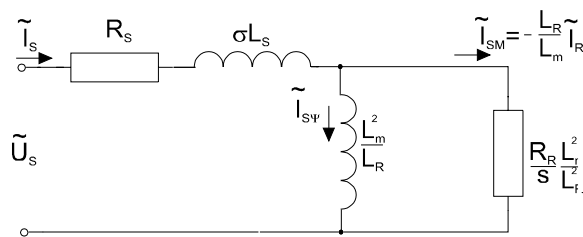
Parametry v tomto obvodu jsou upraveny tak, aby rotorový obvod neobsahoval rozptylovou indukčnost, a byl tudíž čistě rezistivní.

Vztahy mezi parametry obou ekvivalentních obvodů z obr.4-18 a z obr.4-19 jsou uvedeny v tabulce 4-2.

Parametr	"T-článek" (obr.4-18)	modifikovaný obvod (obr.4-19)
magnetizační indukčnost	L_m	$L'_m = \frac{L_m^2}{L_R}$
rozpt. indukčnost statoru	$L_{S\sigma}$	$L'_{S\sigma} = L_S - \frac{L_m^2}{L_R} = \sigma L_S$
rozpt. indukčnost rotoru	$L_{R\sigma}$	$L'_{R\sigma} = 0$
statorový odpor	R_S	R_S
rotorový odpor	R_R	$R'_R = R_R \left(\frac{L_m}{L_R} \right)^2$
statorový proud	I_S	I_S
rotorový proud	I_R	$I'_R = I_R \frac{L_R}{L_m}$
napětí na R_R	U_{R_R}	$U'_{R_R} = U_{R_R} \frac{L_m}{L_R}$

Tab.4-2: Modifikované parametry

Na obr.4-20 je modifikovaný náhradní obvod z obrázku 4-19 překreslen s uvedením nových modifikovaných hodnot parametrů a proudů. Je z něj patrné rozdělení statorového proudu i_s na dvě části. Jedna složka protékající novou magnetizační větví (čistě induktivní) je označena $i_{S\psi}$ a druhá, s označením i_{SM} , protéká modifikovaným rotorovým odporem (čistě rezistivní). Pro proud I_S tedy platí zápis $\tilde{I}_S = \tilde{I}_{S\psi} + \tilde{I}_{SM}$.



Obr.4-20: Modifikované náhradní schéma ASM

Amplituda napětí \tilde{U}_{RR} je v ustáleném stavu úměrná úhlové frekvenci ω_S a rotorovému magnetickému toku $\tilde{\Psi}_R = \Psi_R e^{j\omega_S t}$ podle vztahu

$$\tilde{U}_{RR} = j\omega_S \tilde{\Psi}_R. \quad [4.5-2]$$

Pro proud $I_{S\psi}$ z obrázku 4-20 plyne

$$\tilde{I}_{S\psi} = \frac{L_m \tilde{U}_{RR}}{L_R} = \frac{\tilde{U}_{RR}}{j\omega_S L_m} \quad [4.5-3]$$

$$a \quad \tilde{I}_{S\psi} = \tilde{I}_S - \tilde{I}_{SM} = \tilde{I}_S + \frac{L_R}{L_m} \tilde{I}_R = \tilde{I}_S + (1 + \sigma_R) \tilde{I}_R, \text{ kde } \sigma_R = \frac{L_{R\sigma}}{L_m}.$$

Kombinací [4.5-2] a [4.5-3] dostaneme

$$\tilde{\Psi}_R = L_m \tilde{I}_{S\psi}, \quad [4.5-4]$$

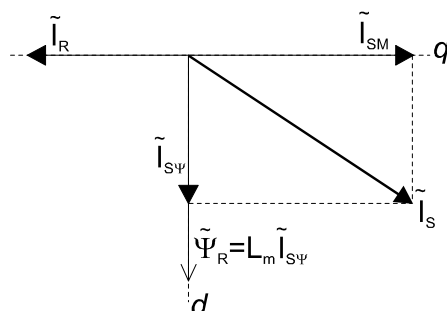
což znamená, že je rotorový magnetický tok přímo úměrný proudu $I_{S\psi}$.

Z rovnic [4.5-1] a [4.5-4] a z obrázku 4-20 pro moment vyplývá, že

$$m_i = 3p_p \frac{\tilde{U}_{RR} \tilde{I}_R}{\omega_S} = 3p_p \frac{1}{\omega_S} \left(j\omega_S L_m \tilde{I}_{S\psi} \right) \left(-\frac{L_m}{L_R} \tilde{I}_{SM} \right) = -3p_p j \frac{L_m^2}{L_R} \tilde{I}_{S\psi} \tilde{I}_{SM} \quad [4.5-5]$$

Rovnice [4.5-5] naznačuje možnosti řízení momentu ASM prostřednictvím proudů $I_{S\psi}$ a I_{SM} . Je zde i jasně patrná analogie s řízením DC motoru - proud $I_{S\psi}$ supluje roli buzení (bývá nazýván *tokotvornou* složkou) a proud I_{SM} (*momentotvorná* složka) má u ASM podobnou úlohu jako kotevní proud I_a u DC motoru ($M = c\Phi_b I_a$).

Na obrázku 4-21 je fázorový diagram, jenž ilustruje vzájemnou prostorovou polohu fázorů jednotlivých veličin.



Obr.4-21: Fázorový diagram pro schéma na obr.4-20

Statorový proud je tedy považován za vektor ($\tilde{I}_S = \tilde{I}_{S\psi} + \tilde{I}_{SM}$). Regulací jeho kolmých složek (ve vhodném souřadném systému) lze snadno regulovat amplitudu a fázi celého vektoru. Tyto vztahy platí přesně pouze v ustálených stavech. Při přechodných dějích dochází k odchýlení od uvedených rovnic.

Při odvozování těchto rovnic, jež charakterizují vektorové řízení, bychom mohli vycházet i z náhradního obvodu v klasickém tvaru ("T-článek" z obrázku 4-18), avšak stejného cíle bychom dosáhli mnohem komplikovaněji a méně srozumitelněji.

V pohonářských regulačních strukturách se střídavé veličiny ASM s výhodou transformují do souřadných systémů, jež se vzhledem ke stojícímu statoru pohybují stejnou rychlostí jako magnetické pole uvnitř motoru. Reálné (d) a imaginární (q) složky jednotlivých veličin se pak z pohledu takového systému jeví jako stejnosměrné signály, čehož se potom využívá v regulačních strukturách podobně jako u DC pohonů.

Fázory veličin na obrázku 4-20 ($\tilde{I}_S = \tilde{I}_{S\psi} + \tilde{I}_{SM}$) se proto nahrazují veličinami transformovanými do synchronně rotujícího referenčního systému dq ($\bar{I}_S = i_{sd} + j i_{sq}$).

Rovnice popisující dynamiku chování ASM

Vycházím z napěťových rovnic ASM v synchronních souřadnicích dq (kapitola 4.2.2).

$$\begin{aligned} u_{sd} &= R_S i_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_S \psi_{sq} \\ u_{sq} &= R_S i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega_S \psi_{sd} \end{aligned} \quad [4.5-6]$$

$$\begin{aligned} 0 &= R_R i_{rd} + \frac{d\psi_{rd}}{dt} - (\omega_S - \omega) \psi_{rq} \\ 0 &= R_R i_{rq} + \frac{d\psi_{rq}}{dt} + (\omega_S - \omega) \psi_{rd} \end{aligned} \quad [4.5-7]$$

kde

$$\begin{aligned} \psi_{sd} &= L_S i_{sd} + L_m i_{rd} \\ \psi_{sq} &= L_S i_{sq} + L_m i_{rq} \\ \psi_{rd} &= L_R i_{rd} + L_m i_{sd} \\ \psi_{rq} &= L_R i_{rq} + L_m i_{sq} \end{aligned} \quad [4.5-8]$$

Pro moment platí

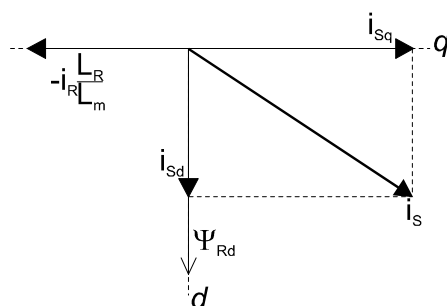
$$m_i = \frac{3}{2} p_p \frac{L_m}{L_R} \mathbf{Im} \left\{ \bar{I}_S \cdot \bar{\Psi}_R^* \right\} = \frac{3}{2} p_p \frac{L_m}{L_R} (\psi_{rd} i_{sq} - \psi_{rq} i_{sd}). \quad [4.5-9]$$

Rovnice pro moment je ve tvaru, který je vhodný pro vektorové řízení ASM na konstantní rotorový magnetický tok. To znamená, že synchronně rotující referenční souřadný systém dq bude svázaný s vektorem rotorového toku, a to tím způsobem, že tento vektor ztotožníme s reálnou osou d .

Potom bude platit

$$\psi_{rq} = 0 \text{ a } \psi_{rd} = \bar{\Psi}_R. \quad [4.5-10]$$

Pro tuto volbu souřadného systému platí fázorový diagram na obrázku 4-22.



Obr.4-22: Fázorový diagram pro vektorové řízení na $\psi_R = \text{konst.}$

Za předpokladu 4.5-10 lze rotorové napěťové rovnice 4.5-7 upravit na

$$0 = R_R i_{Rd} + \frac{d\psi_{Rd}}{dt} \quad [4.5-11a]$$

$$0 = R_R i_{Rq} + (\omega_S - \omega) \psi_{Rd} \quad [4.5-11b]$$

a rovnice pro rotorový tok [4.5-8] a moment [4.5-9] na

$$\psi_{Rq} = L_R i_{Rq} + L_m i_{Sq} = 0 \quad [4.5-12]$$

$$m_i = \frac{3}{2} p_p \frac{L_m}{L_R} (\psi_{Rd} i_{Sq}). \quad [4.5-13]$$

Rovnice [4.5-11] až [4.5-13] popisují dynamické chování ASM vektorově řízeného na konstantní rotorový tok. Z rovnice [4.5-13] je vidět proporcionální závislost momentu na momentotvorné složce i_{Sq} . Z rovnice [4.5-12] lze odvodit vztah mezi i_{Rq} a i_{Sq} .

$$i_{Rq} = -\frac{L_m}{L_R} i_{Sq} \quad [4.5-14]$$

Sklužová rychlost se dá vyčíslit z rovnice [4.5-11b]

$$\omega_{sl} = (\omega_S - \omega) = -R_R \frac{i_{Rq}}{\psi_{Rd}} = \frac{R_R}{L_R} L_m \frac{i_{Sq}}{\psi_{Rd}}. \quad [4.5-15]$$

Hlavní rozdíl mezi ustáleným a přechodným stavem je vidět v rovnici [4.5-11a]. V ustáleném stavu, kdy je $d\psi_{Rd}/dt=0$, je proud i_{Rd} nulový, zatímco v přechodném stavu je dán rovnicí [4.5-8].

$$i_{Rd} = \frac{\psi_{Rd} - L_m i_{Sd}}{L_R} \quad [4.5-16]$$

Kombinací rovnic [4.5-16] a [4.5-11a] vyloučíme rotorový proud i_{Rd} a dostaneme

$$R_R \psi_{Rd} + L_R \frac{d\psi_{Rd}}{dt} = R_R L_m i_{Sd}. \quad [4.5-17]$$

Pro ustálený stav platí

$$\psi_{Rd} = L_m i_{Sd} \text{ a } \omega_{sl} = \frac{R_R}{L_R} \frac{i_{Sq}}{i_{Sd}}, \quad [4.5-18]$$

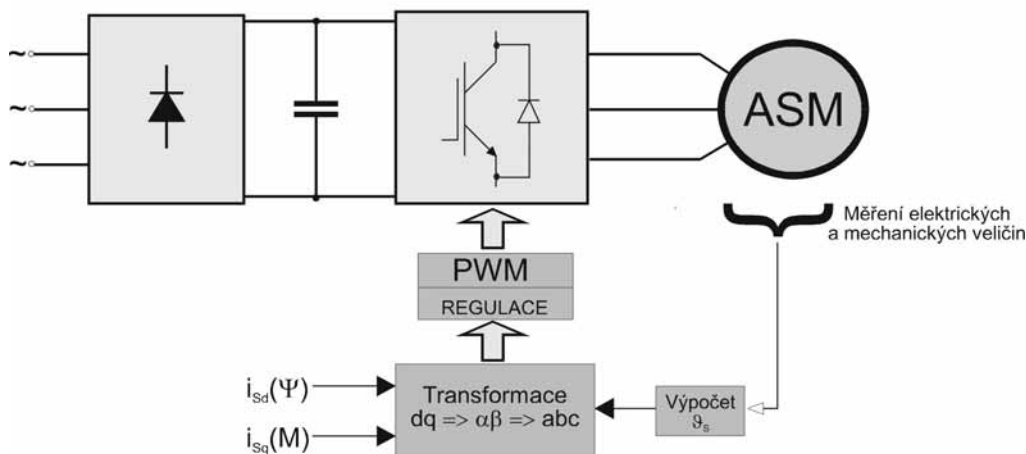
což demonstruje vliv tokotvorné složky i_{Sd} na magnetický tok motoru.

Vektorově řízené pohony se narozdíl od skalárního řízení vyznačují dobrou dynamikou, přesnou regulací a vysokou stabilitou.

Regulační struktury vektorového řízení

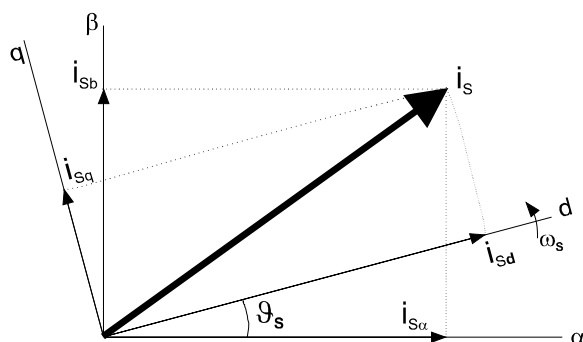
V publikovaných odborných článcích nebo v technických dokumentacích výrobců frekvenčních měničů lze nalézt různé typy regulačních struktur vektorového řízení. Většinou jejich autoři vychází z lehce měřitelných hodnot (napětí, proudy, otáčky), z nichž se potom pomocí matematického modelu ASM vypočtou ostatní vnitřní veličiny nutné pro regulaci.

Obecné schéma vektorově řízeného pohonu s ASM je na obrázku 4-23.



Obr.4-23: Obecné schéma vektorově řízeného pohonu s ASM

Řídicí složky statorového proudu i_{sd} a i_{sq} jsou stejnosměrné, neboť jsou vyjádřeny v souřadném systému rotujícím rychlostí ω_s , tedy synchronně s magnetickým polem uvnitř motoru. Proud i_{sd} je nazýván tokotvornou složkou, neboť ovlivňuje velikost magnetického toku, a proud i_{sq} je nazýván složkou momentotvornou, neboť ovlivňuje produkci momentu. Obě složky tvoří tzv. řídicí vektor, který je výstupem nadřazené proudové, popřípadě otáčkové regulace.



Obr.4-24: Vektor statorového proudu i_s a jeho složky ve stojícím ($\alpha\beta$) a v synchronně rotujícím (dq) systému

Pro transformaci vektoru proudu ($\vec{i}_s = i_{sd} + j i_{sq}$) ze synchronně rotujících do statorových souřadnic ($\vec{i}_s = i_{s\alpha} + j i_{s\beta}$) je zapotřebí znát aktuální pozici magnetického toku, tedy úhel θ_s . Jednotlivé metody vektorového řízení se od sebe odlišují hlavně způsobem získávání této informace (na obrázku 4-23 reprezentován blokem *Výpočet θ_s*). Proud vyjádřený ve statorových souřadnicích $\alpha\beta$ již lze přivést do regulátoru proudu, jehož výstupem jsou střídavá fázová napětí, jenž jsou následně pulsněšířkově modulována (PWM). Výsledkem této modulace jsou pulsy pro řízení spínání 3-fázového napěťového střídače.

Výpočty veličin nutných pro regulaci jsou prováděny na základě matematického modelu ASM a měřených hodnot. Jednotlivé aplikace se liší v přesnosti modelu a v počtu snímaných veličin a způsobu jejich měření.

Příklad typické struktury vektorového řízení ASM je na obrázku 4-25. Měřené fázové proudy se nejprve vyjádří v dvouosých statorových souřadnicích $\alpha\beta$ a potom se transformují do synchronně rotujícího referenčního systému dq . Požadovaná synchronní rychlost ω_s se počítá v bloku "výpočet ω_s " sečtením měřené mechanické úhlové rychlosti ω s rychlostí skluzovou ω_{sl} vypočtenou dle rovnice [4.5-18]. Integrací ω_s dostaneme aktuální úhel natočení vektoru rotorového magnetického toku θ_s , jenž využijeme v transformačních rovnicích (kapitola 4.2.2). Výstupem obou proudových regulátorů (pro toko-

Narozdíl od klasického vektorového řízení se tedy nereguluje momentotvorná a tokotvorná složka statorového proudu.

Prakticky je řízení momentu prováděno dvupolohovým regulátorem, jehož vstupem je rozdíl velikosti požadovaného a skutečného momentu. Moment je tak udržován v rámci daného hysterezního pásma, což je prováděno tak, že v případě překročení horní meze pásma se přejde do režimu, jež umožní pokles momentu. Tento stav je udržován až do doby, než moment klesne na dolní mez pásma.

Kromě tzv. Depenbrockovy metody, jež řídí vektor magnetického toku tak, že se jeho koncový bod pohybuje po šestiúhelníku, je velmi rozšířená i tzv. Takahashiho^[19] metoda, u které se vektor toku pohybuje v mezikružích.

Pro výpočty veličin je nutné použít rychlého DSP, neboť je zapotřebí identifikovat okamžitou hodnotu momentu a vektoru toku v co nejkratších intervalech. Výpočet je založen na matematickém modelu ASM a na měřených hodnotách statorových proudů a napětí. Měření rychlosti rotoru není nutné. Požadovaná hodnota momentu je výstupem nadřazené otáčkové regulace, nebo je zadávána externě.

Výborných dynamických vlastností je dosaženo také tím, že v systému není obsažen PWM modulátor, jako je tomu u standardních vektorově řízených pohonů. Momentová odezva bývá asi 10x rychlejší (1-2 ms) než je tomu u vektorově řízených AC motorů nebo DC motorů. Dynamická přesnost regulace rychlosti je pak srovnatelná s DC pohonem.

Podrobný popis vybraných způsobů přímého řízení momentu ASM lze nalézt v seznamu literatury^[2,19,20,21,22,23,29].

4.5 Řízení bez použití snímače otáček

V současnosti je hlavní nevýhodou malá přesnost regulace rychlosti při nízkých otáčkách rotoru (pod 1% jmenovitých otáček). V této oblasti se celý systém stává nestabilním, neboť se více projevují odchylky v parametrech skutečného stroje a jeho modelu. Snímané úrovně napětí jsou velice malé a identifikace rychlosti nepřesná. Zatímco nad touto hranicí dosahují "bezsenzorové" algoritmy přesnosti okolo 0,1 -0,01%, pod ní je to jen okolo 1% jmenovité rychlosti. Z tohoto důvodu je zatím bezsenzorové řízení ASM v okolí nulových otáček pro mnoho aplikací značně nepraktické.

Mnoho doposud vyráběných měničů frekvence pro bezsenzorové řízení ASM nedokáže pracovat ve čtyřkvadrantovém režimu. Nejsou tedy použitelné pro polohovací zařízení, výtahy, papírenské a textilní stroje, apod. a neobstojí ve vícemotorových aplikacích, neboť po připojení nového motoru k měniči je třeba znovu "přeladit" parametry pohonu. Tyto uvedené nedostatky se týkají zvláště průmyslových sériově vyráběných měničů. U speciálních zakázkových systémů lze mnohé z nedostatků překlenout přesnějším nastavením parametrů pohonu nebo speciálními úpravami regulačních algoritmů.

Pro přesnou a rychlou regulaci střídavých pohonů s ASM se v současnosti užívá nejčastěji vektorového řízení. Z matematického modelu ASM se v reálném čase s použitím mikroprocesorů nebo signálových procesorů vypočítávají veličiny a parametry ASM nezbytné pro jeho řízení zvolenou metodou. Jak už bylo řečeno, jedním z hlavních znaků a výhod vektorového řízení je možnost nezávislé regulace momentu a magnetického toku stroje. Pokud máme v úmyslu regulovat i jeho mechanické otáčky, je zapotřebí znát rychlost otáčení rotoru a to jak v ustáleném stavu, tak i v přechodných stavech.

Standardně se pro otáčkovou regulaci používá zpětnovazebního signálu z mechanického čidla rychlosti umístěného na hřídeli motoru. Takovéto snímače však zvyšují cenu a velikost, a snižují spolehlivost a šumovou imunitu celého pohonu. U některých aplikací není montáž čidla na hřídel ani technicky proveditelná. Proto se začaly vyvíjet a vyrábět regulované AC pohony (především nižších výkonů), jež nevyžadují přímé měření otáček, ani polohy. V literatuře se vžil název "bezsenzorové" (sensorless) řízení, přičemž se uvažuje eliminace snímače otáček nebo polohy rotoru, nikoliv všech snímačů, např. proudu nebo napětí.

Bezsensorové vektorově řízené pohony se z hlediska kvality regulačních vlastností pohybují mezi jednoduchými skalárně řízenými pohony (metodou U/f) a mezi vektorově řízenými servopohony pro nejnáročnější aplikace, jenž se bez přesného čidla polohy zatím neobejdou.

Stále větší cenová dostupnost a vyšší výpočetní výkonnost mikroprocesorů a signálových procesorů je jedním z důvodů, proč se otázkou bezsensorového řízení ASM zabývá stále širší vědecko-výzkumná obec. S jejich pomocí lze více či méně přesně odhadnout okamžitou velikost problematicky měřitelných veličin a parametrů (magnetický tok, moment, časová konstanta rotoru), ale i těch, jejichž měření je poměrně snadné, ale z různých důvodů (cena, spolehlivost, robustnost) nevýhodné.

U převážné většiny metod pro řízení ASM bez přímého měření jeho otáčivé rychlosti se řeší tyto tři úlohy:

- Určení aktuální polohy vektoru magnetického toku - kvůli transformaci souřadných systémů a přesného rozdělení statorového proudu na dvě kolmé složky.
- Určení mechanické rychlosti otáčení hřídele motoru - kvůli přesné regulaci otáček.
- Identifikace parametrů matematického modelu ASM - kvůli zajištění dostatečné přesnosti výpočtů.

Všechny metody provádějí výpočty regulačních veličin na základě lehce dostupných měřených hodnot statorových proudů a napětí DC meziobvodu. Některé metody používají speciálních měřících obvodů pro přesnou identifikaci fázového napětí.

Z modelu ASM se potom odhadují další veličiny jako magnetický tok, moment, skluz, mechanická rychlost, apod. Ideální algoritmus navíc vyhodnotí změnu skutečných parametrů ASM vlivem provozních podmínek a na jejich základě upraví jak parametry použitého matematického modelu, tak i parametry regulačních smyček.

V této kapitole se nehodlám zabývat metodou přímého řízení momentu. Ta sice principiálně nevyžaduje měření otáček, tudíž by tematicky do této sekce zapadala, avšak svým přístupem k regulaci magnetického toku a momentu ASM se liší od klasického vektorového řízení.

4.5.1 Výpočet polohy vektoru magnetického toku

Jednou ze základních vlastností vektorového řízení je transformace signálů reprezentujících jednotlivé veličiny ze statorového (stojícího, $\alpha\beta$) souřadného systému do systému rotujícího synchronně (dq) s magnetickým polem uvnitř ASM. Reálná osa (d) synchronních souřadnic bývá svázána s vektorem buď statorového, rotorového, nebo magnetizačního toku. Všechny způsoby mají své výhody i nevýhody. (Ve většině tohoto textu, a hlavně v kapitole 5, jsem volil synchronní souřadnice svázané s vektorem rotorového magnetického toku, jenž se vzhledem ke statoru pohybuje synchronní rychlostí a vzhledem k rotoru rychlostí skluzovou.)

Pro provedení transformace souřadných systémů je nutné znát aktuální polohu, tedy úhel natočení, vektoru magnetického toku vzhledem ke statoru. Mnohé regulační metody vyžadují i informaci o jeho amplitudě.

V případě bezsensorového (rozuměj bez snímače otáček) řízení ASM jsou pro výpočet velikosti a úhlu vektoru magnetického pole k dispozici pouze měřená napětí a proudy statorového vinutí.

Identifikace vektoru statorového magnetického toku

Ve statorových souřadnicích $\alpha\beta$ lze statorový magnetický tok vypočítat z rovnice [4.2-41] jako integrál rozdílu statorového napětí a úbytku napětí na statorovém odporu

$$\bar{\Psi}_{S\alpha\beta} = \int (\bar{U}_{S\alpha\beta} - R_S \bar{I}_{S\alpha\beta}) dt.$$

Při nízkých frekvencích se však tento způsob výpočtu stává nepřesným, neboť statorové napětí U_S je v tomto případě v porovnání s úbytkem na R_S velmi malé. Z toho plyne požadavek na přesnou znalost odporu R_S a velmi přesnou integraci. Hodnota statorového odporu je teplotně závislá a její změnu je pro dosažení dané přesnosti nutné kompenzovat například zavedením tepelného modelu stroje. V případě integrace se negativně projevuje drift a offset.

Celková přesnost výpočtu vektoru je samozřejmě ovlivněna i přesností měření proudů a napětí. Proto se pro nízké frekvence často používají modifikované metody pro získání přesnější informace o statorovém toku^[33].

Identifikace vektoru rotorového magnetického toku

Pokud rotující souřadný systém svážeme s vektorem rotorového magnetického toku, lze jeho amplitudu a úhel vypočítat pomocí toku statorového z rovnice [4.2-43]

$$\bar{\Psi}_{R_{\alpha\beta}} = \frac{L_R}{L_m} (\bar{\Psi}_{S_{\alpha\beta}} - \sigma L_S \bar{i}_{S_{\alpha\beta}}), \text{ kde } \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_S L_R}. \text{ Opět je potřeba dostatečně přesně znát hodno-}$$

ty parametrů motoru. V tomto případě indukčností, jenž jsou závislé na saturaci a zatížení stroje. Při nízkých frekvencích se znovu objeví problém přesného určení statorového toku.

Identifikace vektoru magnetizačního magnetického toku

Vektor magnetizačního toku lze získat s použitím statorového toku $\bar{\Psi}_{m_{\alpha\beta}} = \bar{\Psi}_{S_{\alpha\beta}} - L_{S\sigma} \bar{i}_{S_{\alpha\beta}}$,

kde $L_{S\sigma}$ je statorová rozptylová indukčnost. Pokud tedy máme k dispozici vektor magnetického toku, pak není problém z jeho kolmých složek určit jeho úhel a amplitudu. Pro doplnění dodejme, že v prvních aplikacích vektorového řízení se informace o vektoru magnetizačního toku získávala přímým měřením pomocí Halloových sond umístěných v motoru.

4.5.2 Určení mechanické rychlosti ω

Aktuální velikost otáčení motoru lze při absenci čidla rychlosti vypočítat pouze z měřených statorových proudů a napětí, při znalosti synchronní úhlové rychlosti ω_s .

V podstatě existují dva přístupy k určení ω :

- na základě výpočtu skluzové rychlosti
- na základě vektorově orientovaných metod

První způsob je relativně jednoduchý. Skluzovou rychlost ω_{sl} lze vypočítat například z dq

složek statorového proudu podle vzorce $\omega_{sl} = \frac{R_R}{L_R} \frac{i_{Sq}}{i_{Sd}}$. Mechanická úhlová rychlost je pak

dána známým vztahem $\omega = \omega_s - \omega_{sl}$.

Při užití druhého způsobu je nezbytné odhadovat nejen rychlost rotoru, ale i vektor magnetického toku. K tomu se používá moderních identifikačních metod jako například *MRAS (Model Reference Adaptive System)*. Tato metoda je založena na dvou redundantních modelech ASM. Jedním je tzv. referenční napěťový model, jenž neobsahuje parametr mechanické rychlosti ω . Jeho statorové rovnice se používají pro korekci tzv. adaptivního proudového modelu. Rychlost otáčení rotoru je potom dána odchylkou výstupů (bývá jím např. magnetický tok) těchto dvou modelů.

Oba dva přístupy využívají výpočetních vztahů, jenž obsahují parametry ASM. Přesnost určení mechanické rychlosti je tedy značně ovlivněna odhadem těchto parametrů.

Informace o rychlosti rotoru lze získat pomocí následujících metod:

- odhadem magnetického toku a řízením vektoru toku

- přímým řízením momentu a toku
- metodou založenou na principu Kalmanova filtru
- odhadem rychlosti s využitím stavových rovnic
- řízením založeném na tzv. pozorovači
- adaptivními systémy s referenčním modelem (MRAS)
- metodou výpočtu skluzové frekvence
- řízením s adaptací parametrů pohonu
- odhadem rychlosti pomocí drážkových harmonických
- použitím umělé inteligence (neuronové sítě, fuzzy-logika, genetické algoritmy)

Tyto metody se mezi sebou liší v omezeních z hlediska regulačního rozsahu rychlosti, ve statických a dynamických vlastnostech pohonu, a v požadavcích na výpočetní výkon řídicího procesoru. Pro jejich realizaci je většinou zapotřebí výkonných signálových procesorů (DSP), jenž jsou schopny v dostatečně krátké době provádět tyto sofistikované řídicí a regulační algoritmy.

4.5.3 Identifikace parametrů

Elektrické pohony řízené moderními metodami vyžadují identifikaci vnitřních parametrů motoru. Obecně platí, že jsou regulační vlastnosti pohonu s ASM značně závislé na jejich přesném určení. Už jednoduché skalární řízení U/f ASM vyžaduje znalost nelineární závislosti statorového napětí U_s na napájecí frekvenci f_s v oblasti velmi malých otáček. Tato charakteristika je určena právě parametry motoru. Jejich identifikaci lze provádět například měřením elektrických veličin nezátíženého motoru, jednofázovým měřením, měřením odporu R_s stejnosměrným proudem, Fourierovou analýzou ^[30,33]. Z těchto měření a analýz lze vypočítat parametry ASM (statorové a rotorové odpory, indukčnosti, časové konstanty, mechanickou časovou konstantu, magnetizační proud, apod.) a použít je pro jeho přesnější řízení.

Velkým problémem se jeví být identifikace rotorové časové konstanty τ_R . Mnohé publikované postupy ovšem vyžadují pro přesnou identifikaci měření dalších veličin pohonu - např. teploty vinutí. Identifikační metody nevyžadující měření U_s , zato však požadují měření ω , jsou založeny na odhadu odchylky hodnoty τ_R , jenž se objevuje v rovnicích popisujících model ASM, od hodnoty skutečné. Špatné určení τ_R má za následek chybný výpočet úhlu natočení vektoru magnetického toku, jenž je nutný pro transformaci souřadných systémů.

Obsah

Kapitola **ELEKTRICKÝ POHON S ASYNCHRONNÍM MOTOREM**

4.1	Princip činnosti a základní vlastnosti.....	1
4.2	Náhradní schéma	3
4.2.1	Základní rovnice	4
4.2.2	Transformace souřadnic.....	8
4.2.3	Náhradní schéma v ustáleném tvaru	13
4.2.4	Modifikované náhradní obvody	15
4.3	Výkon a moment.....	17
4.4	Způsoby řízení	18
4.4.1	Skalární řízení	19
4.4.2	Vektorové řízení	20
4.4.3	Přímé řízení momentu	27
4.5	Řízení bez použití snímače otáček	28
4.5.1	Výpočet polohy vektoru magnetického toku	29
4.5.2	Určení mechanické rychlosti ω	30
4.5.3	Identifikace parametrů	31

Pozn.: Tento dokument je jednou z kapitol mé disertační práce nazvané "Řízení asynchronního motoru bez použití snímače rychlosti" na Katedře elektrických pohonů a trakce (FEL ČVUT Praha).

Poslední aktualizace: 6. září 2004

Autor: Petr Kadaník

Email: petr@kadanik.cz